

**Eine Theorie
für die Signal-Steuerung
des Kraftfahrzeug-Verkehrs
in Stadtnetzen**

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
einer Hohen Staatswirtschaftlichen Fakultät
der Ludwig-Maximilians-Universität
zu München

vorgelegt von
Rainer Schmidt-Schmiedebach

1973

Eine Theorie für die Signal-Steuerung des Kraftfahrzeug-Verkehrs in Stadtnetzen

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
einer Hohen Staatswirtschaftlichen Fakultät
der Ludwig-Maximilians-Universität
zu München

vorgelegt von
Rainer Schmidt-Schmiedebach

1973

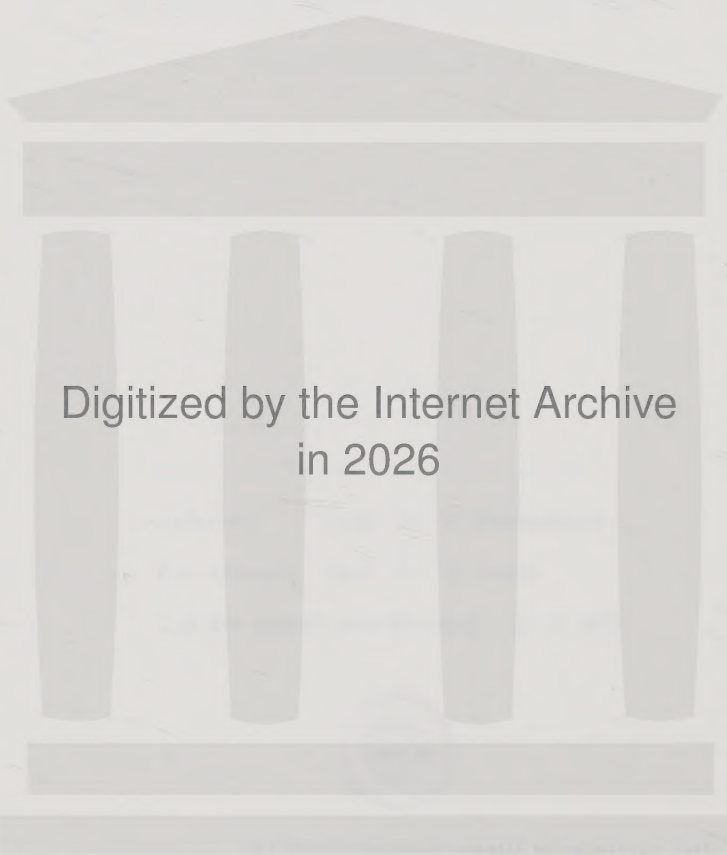
Referent: Prof. Dr. F. Hanssmann

Korreferent: Prof. Dr. K. Oettle

Tag der mündlichen Prüfung: 23. 7. 1973



Die vorliegende Dissertation entstand im
Institut für Unternehmens- und Verfahrensforschung
der Universität München
Direktor Prof. Dr. F. Hanssmann



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41553809_0016

MEINEN ELTERN

VORWORT

Probleme der Straßenverkehrs-Technik sind oft mit mathematischen Fragen verknüpft.

Es ist das Ziel der vorliegenden Arbeit, mit mathematischen Hilfsmitteln eine Theorie für die Signal-Steuerung des Kraftfahrzeug-Verkehrs aufzustellen. Die Theorie soll Zusammenhänge klären und eine Grundlage für die Praxis bilden.

Mein besonderer Dank gilt meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. F. Hanssmann, für seine Unterstützung sowie für zahlreiche Anregungen und Hinweise bei der Durchführung dieser Arbeit.

Für freundliche Unterstützung danke ich auch Herrn Prof. Dr. K. Oettle.

Mein Dank gilt auch Frau M. Krieg, Freiburg/Br., die mit viel Sorgfalt das Manuskript für den Druck vorbereitet hat.

München, im Mai 1973

Rainer Schmidt-Schmiedebach

INHALTSÜBERSICHT

	Seite
EINFÜHRUNG	E 1
Problemstellung und Zusammenfassung der Ergebnisse	
(I) GRUNDLAGEN	1
(§ 1) Das Abfahrt-Gesetz für eine Fahrzeugreihe	3
(§ 2) Das Ankunft-Gesetz	9
(II) DIE EINZEL-KREUZUNG	11
(§ 1) Bestimmung von Umlaufzeit und Grünzeit-verteilung	11
(§ 2) Die Zahl der Halte	14
(§ 3) Die Wartezeit	17
(§ 4) Das "Prinzip der kleinsten Umlaufzeit"	21
(III) DIE VERBINDUNG ZWEIER KREUZUNGEN	28
(§ 1) Wartezeit und Zahl der Halte bei Koordi-nierung	32
Das "Prinzip der Grünen Welle"	34
(§ 2) Wartezeit und Zahl der Halte bei Nicht-Koordinierung	42
(IV) DER HAUPTSATZ ÜBER GRÜNE WELLEN	48
(§ 1) Der Hauptsatz für die Wartezeit	53
(§ 2) Der Hauptsatz für die Zahl der Halte	55
(V) DAS STADTNETZ	59
(§ 1) Der "Signal-Stadtfahrplan"	59
(§ 2) Die Verwendung der Simultan-Steuerung	63
(§ 3) Beurteilung aus der Sicht der Praxis und Endergebnis	68

PROBLEMSTELLUNG UND ZUSAMMENFASSUNG DER ERGEBNISSE

Der Verkehrstechnik ist die Aufgabe gestellt, zur Bewältigung der Verkehrsflut geeignete Mittel bereitzustellen.

Der Straßen-Verkehrstechnik im besonderen stellen sich zwei wichtige Aufgaben:

1. Planung und Ausbau von Verkehrswegen
2. Steuerung der Straßen-Verkehrsflüsse mit Hilfe der Signal-Technik.

Dieser zweiten Aufgabe der Straßen-Verkehrstechnik widmet sich die vorliegende Arbeit. Die Signal-Steuerung des Kraftfahrzeugverkehrs in Stadtnetzen ist in diesem Zusammenhang das wichtigste Problem.

Durch den Einsatz von Elektronenrechnern stellen Signalsteuerungsanlagen heute hohe Investitionswerte dar.

Viele Verfahren zur Signal-Steuerung werden in Theorie und Praxis untersucht.

1. Von jeder Signalsteuerung muß verlangt werden, daß sie den VERKEHR OHNE STAUUNGEN bewältigt.
2. Von einer guten Signalsteuerung muß verlangt werden, daß sie für die Kraftfahrzeuge die WARTEZEITEN und die ZAHL DER HALTE so gering wie möglich macht.

Die Wahl dieser Kriterien ist - auch aus der Sicht der Umweltverschmutzung - zu begründen:

Wartezeiten sind aus wirtschaftlichen Gründen zu verkürzen.

Häufiges Halten ist psychologisch nachteilig und verursacht hohen Materialverschleiß.

Im Leerlauf wartende, aber vor allem startende Kraftfahrzeuge verursachen eine Luftverschmutzung und eine Lärmbelästigung.

Unter der "Umlaufzeit" eines Verkehrs-Signals versteht man die Summe aus Rot-Zeit und Grün-Zeit. Die Verfahren zur Erreichung der genannten Ziele lassen sich grob in zwei Gruppen unterteilen :

1. Die Verfahren der verkehrsabhängigen Signalprogramm-
Bildung

Mit diesen Verfahren werden die Signalschaltungen in jedem Augenblick an die Verkehrslage "angepaßt". Sie arbeiten nach dem Prinzip, jede Kreuzung einzeln zu regeln und die kürzesten Umlaufzeiten zu erreichen, die den Verkehr noch bewältigen. Dieses Prinzip sei das "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT an jeder Einzel-Kreuzung" genannt.

2. Die Verfahren der Festzeitsteuerung und Signalprogramm-
Wahl

Sie arbeiten nach dem Prinzip, die Umlaufzeit an allen Kreuzungen gleich lang zu machen und "günstige" Grünzeit-Verschiebungen zu schalten. Für die meisten Kreuzungen ist so die Umlaufzeit "zu lang", aber es ist "Koordinierung" möglich. Dieses Prinzip sei das "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" genannt.

Offenbar arbeiten die Verfahren nach zwei Prinzipien, die sich widersprechen.

Es ist eine Frage von grundlegender Bedeutung, welches Prinzip das "bessere" ist; denn es kommt darauf an, möglichst "gute" Verfahren anzuwenden. Eine theoretische Antwort auf diese Frage ist wünschenswert.

PROBLEMSTELLUNG

Die vorliegende Arbeit stellt sich folgende Aufgaben:

1. Die Entwicklung rechnerischer Instrumente zum Vergleich der Eigenschaften verschiedener Signal-Schaltun-

- gen. Diese Instrumente ersetzen in vielen Fällen eine kostspielige Simulation auf Elektronenrechnern. Sie können eine Grundlage bilden für den automatischen Entwurf von Signalschaltplänen.
2. Eine hinreichend klare Beurteilung und Entscheidung, welches der beiden genannten Prinzipien das "überlegene" ist, in welcher Richtung also die besten Verfahren zu suchen sind.
 3. Die Gewinnung von Aussagen für die Praxis.

Zur Lösung dieser Aufgaben werden mathematische Überlegungen eingesetzt. Mit Hilfe der Mathematik kann die Wirklichkeit nur in begrenztem Maße erfaßt werden. Trotzdem weisen die Ergebnisse deutlich in eine bestimmte Richtung. Die Ergebnisse lassen sich durch bekannte Erfahrungen bestätigen.

ZUSAMMENFASSUNG DER ERGEBNISSE

In einem analytischen Modell wird das Verhalten eines Verkehrstromes vor einem Verkehrssignal erfaßt. Es werden die wichtigsten Erscheinungen berücksichtigt, auch im Zusammenspiel mehrerer Kreuzungen.

Große Verkehrsstärken erfordern grundsätzlich große Umlaufzeiten (II § 1).

Bei Betrachtung jeder Kreuzung als Einzel-Kreuzung wird durch Schaltung nach dem "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT an jeder Einzel-Kreuzung" die Wartezeit minimiert, aber die Zahl der Halte maximiert (II § 4).

Beurteilung ist nur im Zusammenhang mehrerer Kreuzungen möglich.

In Abschnitt (III), (IV) wird ein mathematischer Beweis für die Richtigkeit des "PRINZIPs DER GRÜNEN WELLE" geliefert. Dieses

Prinzip wurde in der Praxis intuitiv verwendet.

In Abschnitt (IV) wird das "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" mit dem "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT an jeder Einzel-Kreuzung" verglichen: Durch Schaltung nach dem "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" erreicht man eine geringere Wartezeit und auch eine geringere Zahl der Halte.

Diese Aussage wird in Abschnitt (IV) in hinreichender Allgemeinheit bewiesen. Sie gilt auch noch bei "zu langen" Umlaufzeiten und häufig noch bei nicht-idealer Koordinierung.

Damit ist hinreichend sicher festgestellt, daß das "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" das "überlegene" ist.

Abschnitt (V) enthält Hinweise für die Praxis. Es wird bewiesen, daß die einfachste Schaltung - die SIMULTAN-Schaltung - die beste Abwandlung der Grünen Welle ist und daß selbst die SIMULTAN-Schaltung der verkehrsabhängigen Signalprogramm-Bildung häufig überlegen ist.

Das END-ERGEBNIS der Arbeit wird als Empfehlung ausgesprochen, "Signal-Stadtfahrpläne" mit GRÜNEN WELLEN und SIMULTAN-Schaltungen zu entwerfen und hauptsächlich die Verfahren der Signalprogramm-Wahl einzusetzen.

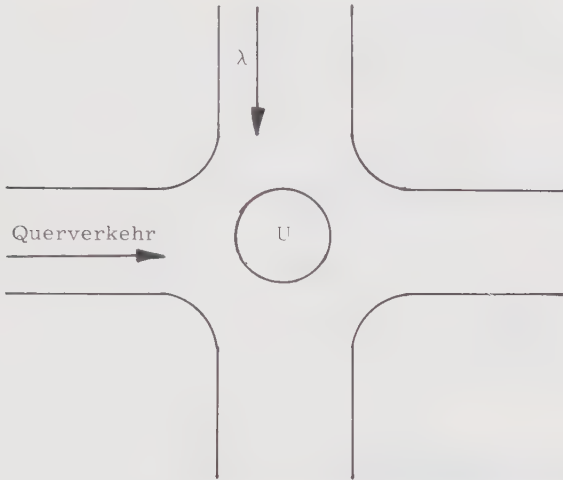
Auf diesem Gebiet gehen die am weitesten fortgeschrittenen Untersuchungen auf VON STEIN [16] zurück.

Diese Lösung ist vorteilhaft auch für den öffentlichen Verkehr - Omnibus und Straßenbahn.

(Zeichnungen zum Text sind hinter den betreffenden Seiten eingeordnet.)

(I) GRUNDLAGEN

Es wird eine durch Lichtsignale geregelte Einzel-Kreuzung betrachtet. Berücksichtigt wird nur eine Zufahrt. Ein Bild veranschaulicht die Situation.



Verkehrsstärke (λ)

Auf die Kreuzung trifft ein Verkehrsstrom der Stärke λ . Die Verkehrsstärke λ wird gemessen in

$$\left[\frac{\text{Anzahl der Kraftfahrzeuge}}{\text{Stunde und Fahrstreifen}} \right].$$

Es wird grundsätzlich vorausgesetzt, daß

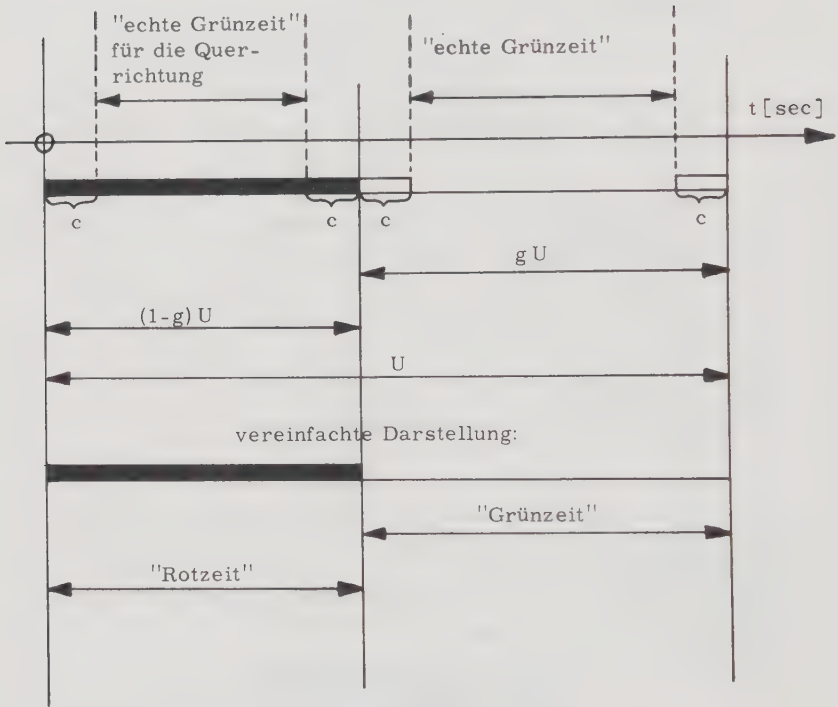
$$0 < \lambda < \frac{1}{4} \hat{=} 900 \left[\frac{\text{Kfz}}{\text{h}} \right].$$

Umlaufzeit (U) und Grünzeitverteilung (g)

Die Umlaufzeit (U) oder Periode ist die Summe aus Grünzeit und Rotzeit, gemessen in Sekunden. Zwischenzeiten (Gelb- und Gelb-Rot-Zeiten) seien in der "Grünzeit" oder "Rotzeit" enthalten. Für die Zwischenzeiten wird vorausgesetzt

Gelb-Zeit = Gelb-Rot-Zeit = c [sec]:

Eine Zeichnung veranschaulicht den Sachverhalt.



Die Grünzeitverteilung wird gegeben durch eine reelle Zahl g mit $0 < g < 1$. Damit wird definiert:

$$\text{Grünzeit:} = g \cdot U \text{ [sec]}$$

$$\text{Rotzeit:} = (1-g) U \text{ [sec].}$$

Es wird festgelegt:

Periodenbeginn: = Beginn der Rotzeit.

Es wird die vereinfachte Darstellung ohne Einzeichnung der Zwischenzeiten verwendet.

(I § 1) DAS ABFAHRT-GESETZ FÜR EINE FAHRZEUGREIHE

Es werden genau n Kraftfahrzeuge (PKW) betrachtet ($n \geq 1$), die in einer Reihe hintereinander stehen und vor einem Verkehrssignal warten.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt das Gelb-Rot-Zeichen. Die anschließende "echte Grünzeit" sei unbegrenzt. Die Fahrzeugreihe setzt sich in Bewegung, und es werden zwei Fragen gestellt:

1. Zu welchen Zeitpunkten starten die einzelnen Fahrzeuge?
2. Zu welchen Zeitpunkten überfahren sie die Haltelinie?

Die Fragen werden beantwortet mit Hilfe von einfachen Gesetzen der Mechanik. Das Ergebnis wird verglichen mit bekannten empirischen Daten von GREENSHIELDS. Die Ergebnisse stimmen hinreichend gut überein. Es ergibt sich im wesentlichen eine Übereinstimmung auch mit anderen empirischen Daten. Alle Daten sind entnommen aus KORTE [9], S. 152-155.

Schließlich wird der Zusammenhang durch einfache lineare Funktionen

$$t^{\text{Start}}(n) = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} n$$

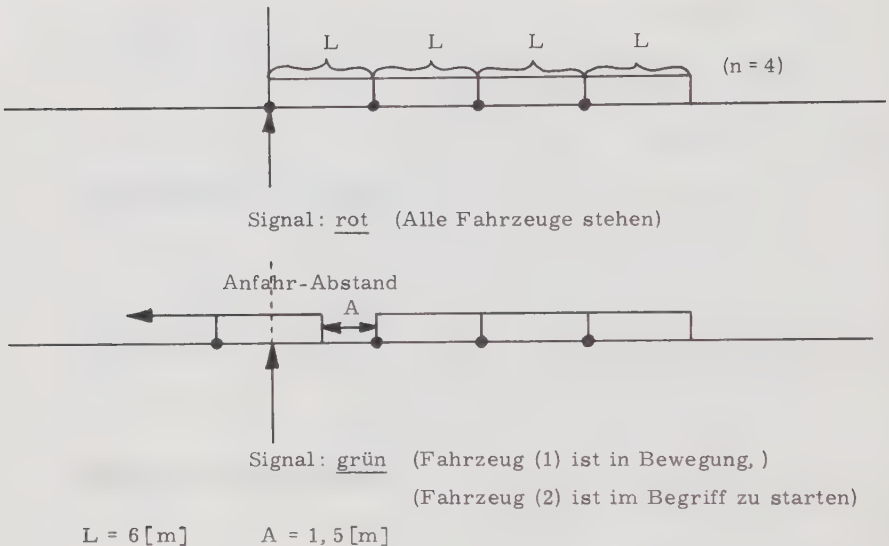
$$t^{\text{Ziel}}(n) \leq 7 + 2n$$

angenähert.

Diese linearen Funktionen werden später als ABFAHRT-Gesetz zugrundegelegt. Eine geringfügige Änderung der Zahlenwerte im Abfahrt-Gesetz kann das Wesen der späteren Aussagen nicht beeinträchtigen.

Es ist damit eine hinreichend gute Beschreibung der Wirklichkeit erreicht.

Das Abfahrt-Gesetz soll nun aufgestellt werden.



Es werden folgende Voraussetzungen getroffen:

1. Die Aufstell-Länge ("Kühler-Abstand") der Kraftfahrzeuge beträgt $L \text{ [m]}$.
2. Für jedes Kfz gilt die gleiche Anfahr-Beschleunigung $b \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right]$.
3. Das Fahrzeug $(n+1)$ startet erst dann, wenn das vorhergehende Fahrzeug (n) einen zusätzlichen Abstand von $A \text{ [m]}$ erreicht hat. Dieses Verhalten kann in der Praxis beobachtet werden.
4. Das erste Fahrzeug startet zum Zeitpunkt $t = c \text{ [sec]}$.

Es werden folgende Bezeichnungen und Gesetze verwendet:

$t = \text{Zeit [sec]}$; Beginn der Zeitskala

$t = 0 = \text{Zeitpunkt des Gelb-Rot-Beginns}$

- $s = \frac{1}{2} b t^2$ die zurückgelegte Strecke
 $v = b t$ die Momentangeschwindigkeit
 $t^{\text{Start}}_{(n)} =$ der Zeitpunkt, zu dem Fahrzeug (n) startet
 $t^{\text{Ziel}}_{(n)} =$ der Zeitpunkt, zu dem Fahrzeug (n) mit der
 Kühler-Front die Haltelinie überfährt
 $v^{\text{Ziel}}_{(n)} =$ die Momentangeschwindigkeit des Fahrzeugs (n)
 über der Haltelinie.

SATZ (1 1)

Das gesuchte ABFAHRT-Gesetz ist allgemein gegeben durch:

$$\begin{aligned}
 t^{\text{Start}}_{(n)} &= c + (n-1) \sqrt{\frac{2A}{b}} \quad \text{für alle } n \geq 1 \\
 t^{\text{Ziel}}_{(n)} &= \left\{ \begin{array}{ll} c + (n-1) \sqrt{\frac{2A}{b}} + \sqrt{\frac{2L}{b}} (n-1) & \text{für } 1 \leq n \leq n_{\max} \\ c + (n-1) \sqrt{\frac{2A}{b}} + \frac{v_{\max}}{b} + \frac{1}{v_{\max}} \left[(n-1)L - \frac{1}{2} b \left(\frac{v_{\max}}{b} \right)^2 \right] & \text{für } n \geq n_{\max} \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

Dabei ist $v_{\max} = 50 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = 13,9 \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right]$ und

$$n_{\max} = \frac{v_{\max}^2}{2Lb} + 1.$$

BEWEIS

Fahrzeug (1) startet und passiert die Haltelinie zum Zeitpunkt $t = c$.

Also ist

$$t^{\text{Start}}_{(1)} = c \quad \text{und} \quad t^{\text{Ziel}}_{(1)} = c.$$

Fahrzeug (n+1) startet, wenn Fahrzeug (n) genau A Meter gefahren ist, also zum Zeitpunkt

$$t^{\text{Start}}_{(n+1)} = t^{\text{Start}}_{(n)} + \sqrt{\frac{2A}{b}}.$$

Fahrzeug (n+1) muß eine Strecke von $(n \cdot L)$ Metern bis zur Halte-

linie zurücklegen. Das dauert $\sqrt{\frac{2nL}{b}}$ [sec].

Also ist $t^{\text{Ziel}}_{(n+1)} = t^{\text{Start}}_{(n+1)} + \sqrt{\frac{2nL}{b}}$.

Induktiv findet man sofort: ($n \geq 1$)

$$t^{\text{Start}}_{(n)} = c + (n-1)\sqrt{\frac{2A}{b}}$$

$$t^{\text{Ziel}}_{(n)} = c + (n-1)\sqrt{\frac{2A}{b}} + \sqrt{\frac{2L}{b}(n-1)}.$$

Für die Momentangeschwindigkeiten, mit denen die Fahrzeuge die Haltelinie passieren, findet man

$$v^{\text{Ziel}}_{(n)} = \sqrt{2Lb(n-1)} = b[t^{\text{Ziel}}_{(n)} - t^{\text{Start}}_{(n)}].$$

Nun gilt die gesetzliche Geschwindigkeitsbeschränkung

$$v_{\text{max}} = 50 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right].$$

Das Fahrzeug, welches die Geschwindigkeit v_{max} genau auf der Haltelinie erreicht, habe die Nummer n_{max} . Diese bestimmt man aus der Gleichung $v_{\text{max}} = \sqrt{2Lb(n_{\text{max}}-1)}$. Alle Fahrzeuge mit der Nummer $n > n_{\text{max}}$ erreichen die erlaubte Höchstgeschwindigkeit schon vor der Haltelinie und müssen dann gleichförmig unbeschleunigt weiterfahren. Das bisherige Gesetz $t^{\text{Ziel}}_{(n)}$ ist also nur gültig für $n \leq n_{\text{max}}$. Dagegen ist das Gesetz $t^{\text{Start}}_{(n)}$ gültig für alle $n \geq 1$.

Es ist $t^{\text{Ziel}}_{(n)}$ für $n > n_{\text{max}}$ zu bestimmen. Es sei $n \geq n_{\text{max}}$. Das Fahrzeug (n) hat bis zur Haltelinie die Strecke $(n-1)L$ zurückzulegen. Es dauert $\frac{v_{\text{max}}}{b}$ [sec], bis v_{max} erreicht ist. Zu dieser Zeit wird die Strecke $\frac{1}{2}b\left(\frac{v_{\text{max}}}{b}\right)^2$ zurückgelegt. Die noch verbleibende Strecke $[(n-1)L - \frac{1}{2}b\left(\frac{v_{\text{max}}}{b}\right)^2]$ bis zur Haltelinie wird mit der konstanten Geschwindigkeit v_{max} durchfahren. Also ist

$$t^{\text{Ziel}}_{(n)} = t^{\text{Start}}_{(n)} + \frac{v_{\text{max}}}{b} + \frac{1}{v_{\text{max}}} \left[(n-1)L - \frac{1}{2}b\left(\frac{v_{\text{max}}}{b}\right)^2 \right].$$

Damit ist Satz (I 1) bewiesen.

Dieses theoretisch bestimmte Abfahrt-Gesetz wird mit empirischen Daten verglichen. Zu diesem Zweck werden für die festen Größen Zahlenwerte eingesetzt.

$$c = 3 [\text{sec}] \quad (\text{Rot-Gelb-Zeit})$$

$$L = 6 [\text{m}] \quad (\text{Aufstell-Länge eines Kfz})$$

$$b = \frac{4}{3} \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right] \quad (\text{Anfahr-Beschleunigung})$$

$$A = 1,5 [\text{m}] \quad (\text{Anfahr-Abstand})$$

Damit errechnet man:

$$t^{\text{Start}}(n) = 3 + \frac{3}{2}(n-1) \quad \text{für } n \geq 1$$

$$t^{\text{Ziel}}(n) = \left\{ \begin{array}{ll} 3 + \frac{3}{2}(n-1) + 3\sqrt{n-1} & \text{für } 1 \leq n \leq 13 \\ 3 + 1,93(n-1) + 5,2 & \text{für } n \geq 13 \end{array} \right\}.$$

Um $t^{\text{Ziel}}(n)$ durch eine lineare Funktion zu ersetzen, wird die Funktion $F(n) = 7+2n$ eingeführt. Man prüft leicht nach, daß

$$t^{\text{Ziel}}(n) \leq (7+2n) \text{ ist für alle } n \geq 1.$$

Dem Vergleich dieser Funktionen dient folgende Tabelle.

Fahrzeug-Nr.	"Zielzeitpunkt" nach GREENSHIELDS	$t^{\text{Ziel}}_{(n)}$	$F(n)=7+2n$
(n)	[sec]	[sec]	[sec]
1	3,8	3,0	9
2	6,9	7,5	11
3	9,6	10,2	13
4	12,0	12,7	15
5	14,2	15,0	17
6	16,3	17,2	19
7	18,4	19,3	21
8	20,5	21,4	23
9	22,6	23,5	25
10	24,7	25,5	27
11	26,8	27,5	29
13	31,0	31,4	33
15	35,2	35,2	37
20	45,7	46,8	47
25	56,2	56,5	57
30	66,7	66,2	67

Die Übereinstimmung der drei Zeilenreihen ist hinreichend gut.

Die Gültigkeit des Abfahrt-Gesetzes ist also begründet :

1. durch den einfachen physikalischen Zusammenhang,
2. durch die Übereinstimmung mit empirischen Daten.

Aus der Tabelle liest man ab, daß $F(n) = (7+2n)$ eine brauchbare Approximation für $t^{\text{Ziel}}_{(n)}$ ist.

Außerdem wird in den Funktionen $t^{\text{Start}}_{(n)}$ und $F(n)$ die Variable (n) für $n \geq 0$ als stetige Variable betrachtet, also $n \in \mathbb{R}$.

Das bisherige wird zusammengefaßt:

Es gilt für eine Fahrzeugreihe vor einem Verkehrssignal
das vereinfachte ABFAHRT-Gesetz ($n \geq 0, n \in \mathbb{R}$)

$$t^{\text{Start}}_{(n)} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} n \quad (\text{Start-Zeitpunkte})$$

$$F(n) = 7 + 2n \quad (\text{Ziel-Zeitpunkte über der Haltelinie}).$$

(I § 2) DAS ANKUNFT-GESETZ

Es wird zunächst eine Einzel-Kreuzung und nur eine Zufahrt betrachtet. Auf die Kreuzung trifft ein Verkehrsstrom der Stärke λ .

Es wird gefragt, zu welchen Zeitpunkten die Fahrzeuge an der Kreuzung eintreffen.

Bei der Antwort auf diese Frage sind folgende Tatsachen zu berücksichtigen:

1. Bei mittlerem und starkem Verkehr sind die Fahrzeug-Ankünfte regelmäßig. Dies ist in der Praxis zu beobachten.
2. In Stadtnetzen hat man es mit einer großen Zahl eng benachbarter signalgeregelter Kreuzungen zu tun. Nach dem ABFAHRT-Gesetz verlassen die Fahrzeuge eine Kreuzung in gleichmäßigen Zeitabständen. Diese Gleichmäßigkeit bleibt erhalten auf kurzen Entfernungen. Also kommen die Fahrzeuge an der nächsten Kreuzung ebenfalls gleichmäßig an.
3. Eine genaue Beschreibung der Wirklichkeit ist unmöglich. Es kommen Mittelwerte in Betracht.

Zur Lösung der Frage sind viele Ansätze denkbar. Es wird zwischen der "Gleichverteilung" und der Poissonverteilung gewählt.

Verkehrs-Simulationsuntersuchungen haben gezeigt, daß Poissonverteilung und Gleichverteilung fast dieselben Ergebnisse liefern: BOESEFELDT, EVERTS, PHILIPPS [4], S. 33 ff.

Die Erwartungswert-Bildung bei der Poissonverteilung liefert auch

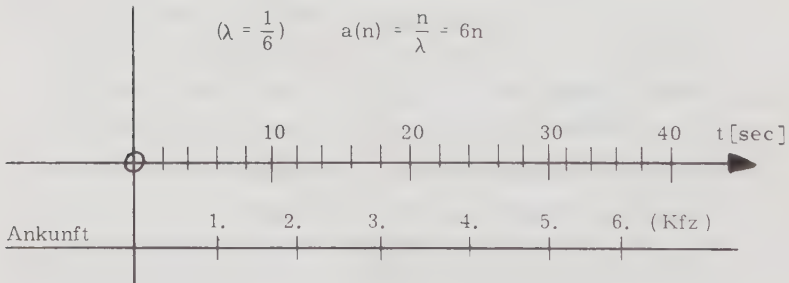
formal dasselbe Ergebnis wie die Gleichverteilung.

Wesentlich ist, daß die Poissonverteilung einen stark unregelmäßigen Vorgang beschreibt, der hier nicht vorliegt.

Die Gleichverteilung erscheint in diesem Zusammenhang also geeigneter als die Poissonverteilung.

Es bleibt noch zu überlegen, was der räumliche Bezugspunkt für das "Ankommen" sein soll. Es wird die Haltelinie gewählt. Mit $t = a(n)$ sei der Zeitpunkt gemeint, zu dem das Fahrzeug (n) an der Haltelinie ankommt, falls der Verkehr unbehindert fließt. Also wird angenommen, daß genau alle $(\frac{1}{\lambda})$ Sekunden ein Fahrzeug ankommt. Dieses Gesetz wird später noch verfeinert.

Eine Zeichnung veranschaulicht das ANKUNFT-Gesetz:



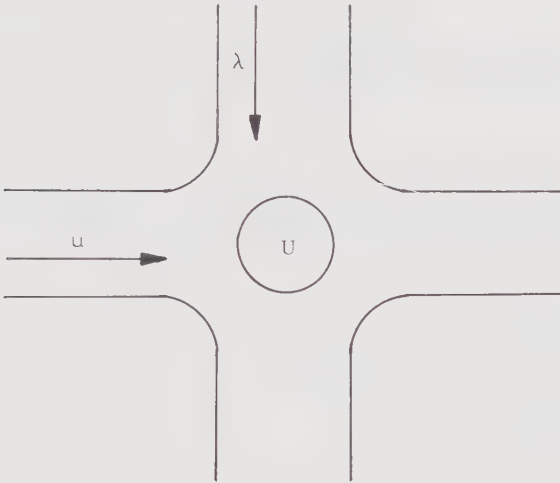
DEFINITION (I 2) ANKUNFT-Gesetz

Es sei ein Verkehrsstrom der Stärke λ gegeben. Der ANKUNFT-Zeitpunkt des Fahrzeugs (n) wird mit $a(n)$ bezeichnet. Es wird zunächst definiert:

$$a(n) : - \frac{n}{\lambda} \quad (n \in \mathbb{R}, \quad n \geq 0).$$

(II) DIE EINZEL-KREUZUNG

Es wird eine Einzel-Kreuzung betrachtet. Berücksichtigt werden zwei sich kreuzende Zufahrten. Die Verkehrsstärken seien μ und λ .



(II § 1) BESTIMMUNG VON UMLAUFZEIT UND GRÜNZEIT-VERTEILUNG

Es wird folgende Frage gestellt:

Wie müssen Grünzeitverteilung (g) und Umlaufzeit (U) bemessen sein, damit der Verkehr ohne Stauungen bewältigt wird?

Damit keine Stauungen auftreten, müssen Fahrzeuge, die innerhalb einer Periode ankommen, auch innerhalb derselben Periode "abfließen". Es wird die λ -Zufahrt betrachtet. Das ANKUNFT-Gesetz zeigt, daß innerhalb einer Periode genau (λU) Fahrzeuge ankommen. Das ABFAHRT-Gesetz zeigt, daß der Abbau einer Reihe von (λU) Fahrzeugen genau $(7+2\lambda U)$ Sekunden dauert. Für den Abbau einer Fahrzeugreihe steht nur die Grünzeit (gU) zur Verfügung. Eine Stauung tritt also nicht auf, wenn die Ungleichung $(gU) \geq (7+2\lambda U)$ erfüllt ist.

Die entsprechende Ungleichung für die Querrichtung heißt

$$(1-g)U \geq 7 + 2\mu U.$$

DEFINITION (II 1)

Die Ungleichungen

$$7 + 2\lambda U \leq gU$$

$$7 + 2\mu U \leq (1-g)U$$

werden "Kapazitäts-Bedingungen" genannt.

DEFINITION (II 2)

Eine Grünzeitverteilung (g) zusammen mit einer Umlaufzeit (U) sei "Schaltung" genannt. Eine Schaltung wird durch (g, U) gekennzeichnet.

DEFINITION (II 3)

Eine Schaltung (g, U) wird "zulässig" genannt, wenn sie beide Kapazitätsbedingungen erfüllt.

Die gestellte Frage wird beantwortet durch den

SATZ (II 4)

Eine Schaltung (g, U) bewältigt den Verkehr ohne Stauungen, wenn sie beide Kapazitätsbedingungen erfüllt.

Eine weitere Aussage liefert der folgende

SATZ (II 5)

Es sei $\lambda \leq \mu$.

Gefordert seien die Kapazitätsbedingungen

$$7 + 2\lambda U \leq gU$$

$$7 + 2\mu U \leq (1-g)U.$$

Es sei $g_o := \frac{1}{2} + (\lambda - \mu)$ und $U_o := \frac{14}{1 - 2(\lambda + \mu)}$.

Dann gilt:

Die Schaltung (g_o, U_o) ist zulässig.

Eine Schaltung (g, U_0) mit $g \neq g_0$ ist nicht mehr zulässig.

U_0 ist die kleinste zulässige Umlaufzeit.

BEWEIS

- (a) Es ist zu zeigen, daß die Schaltung (g_0, U_0) zulässig ist. Man rechnet sofort aus:

$$7 + 2\lambda U_0 - g_0 U_0 = 0$$

$$7 + 2\mu U_0 - (1 - g_0) U_0 = 0$$

In beiden Kapazitätsbedingungen ist sogar das Gleichheitszeichen erfüllt.

- (b) Es ist zu zeigen, daß jede Schaltung (g, U_0) mit $g \neq g_0$ mindestens eine Kapazitätsbedingung verletzt. Es sei $g_0 > g$.

Dann ist

$7 + 2\lambda U_0 - g U_0 > 7 + 2\lambda U_0 - g_0 U_0 = 0$, und die erste Kapazitätsbedingung ist verletzt. Im Falle $g_0 < g$ ist entsprechend die zweite Kapazitätsbedingung nicht erfüllt.

- (c) Es ist zu zeigen, daß jede Schaltung (g, U) mit einem $U < U_0$ mindestens eine Kapazitätsbedingung verletzt.

Es sei $U < U_0$. Man macht die Annahme, beide Kapazitätsbedingungen seien erfüllt mit (g, U) . Dann muß auch die Ungleichung

$$(7 + 2\lambda U) + (7 + 2\mu U) \leq U$$

erfüllt sein, die durch Addition der Kapazitätsbedingungen

entsteht. Daraus erkennt man, daß $\frac{14}{1 - 2(\lambda + \mu)} \leq U$, also

$U_0 \leq U$ sein muß, im Widerspruch zur Voraussetzung

$U_0 > U$. Die Annahme ist also falsch. Folglich ist wenigstens eine der beiden Kapazitätsbedingungen verletzt.

Damit ist Satz (II 5) bewiesen.

Man erkennt an U_0 die wichtige Tatsache, daß hohe Verkehrsstärken lange Umlaufzeiten erfordern.

(II § 2) DIE ZAHL DER HALTE

Es wird eine Einzel-Kreuzung betrachtet. Berücksichtigt wird nur eine Zufahrt.

Es werden N Fahrzeuge betrachtet, die in einer Reihe hintereinander stehen und an einem Verkehrssignal warten. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt das Rot-Gelb-Zeichen. Die Grünzeit sei unbegrenzt.

Dazu wird ein weiteres Fahrzeug $(N+1)$ betrachtet, das noch "frei beweglich" sei. Es möge zu einem beliebigen Zeitpunkt ankommen.

Muß das Fahrzeug $(N+1)$ halten?

Fahrzeug $(N+1)$ muß halten, wenn es "zu früh" ankommt. Dann muß es sich hinter Fahrzeug (N) "anstellen". Fahrzeug (N) fährt ab zum Zeitpunkt $t^{\text{Start}}(N)$. Erst danach kann Fahrzeug $(N+1)$ starten, offenbar frühestens zum Zeitpunkt $t^{\text{Start}}(N+1)$. Fahrzeug $(N+1)$ muß halten, wenn es vor dem Zeitpunkt $t^{\text{Start}}(N+1)$ ankommt.

Diesen Gedanken überträgt man in die Sprache des ABFAHRT- und ANKUNFT-Gesetzes und erhält die Aussage:

Fahrzeug $(N+1)$ muß halten genau dann, wenn die Ungleichung

$$a(N+1) < t^{\text{Start}}(N+1)$$

erfüllt ist. Hier wird die Start-Funktion verwendet.

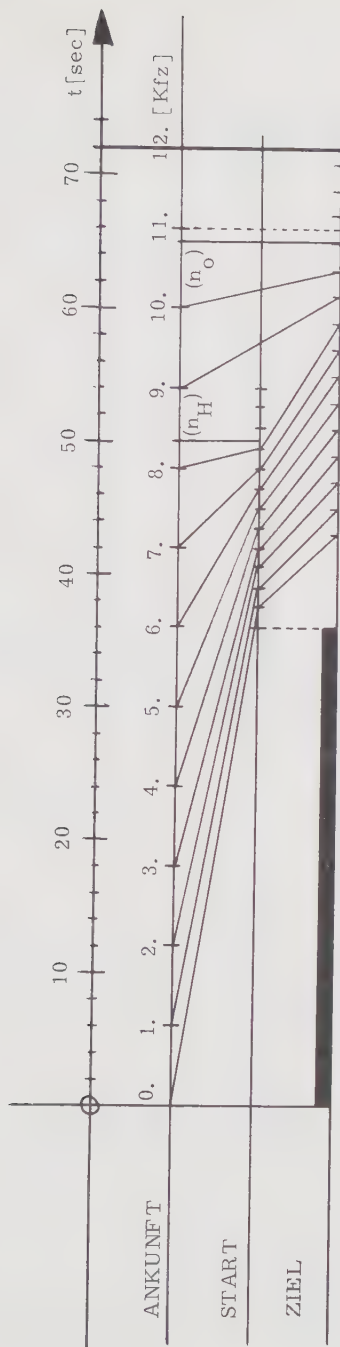
Nun sei ein Verkehrsstrom der Stärke λ und eine zulässige Schaltung (g, U) gegeben. In jeder Periode sind die Erscheinungen gleich. Es wird also nur eine Periode betrachtet.

Die folgenden Überlegungen werden veranschaulicht durch Zeichnung (14 A).

Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei Periodenbeginn. In einer Periode kommen (λU) Fahrzeuge an. Es sei also $0 \leq n \leq \lambda U$.

Wieviele von diesen Fahrzeugen müssen halten?

Alle Fahrzeuge, die ankommen, bevor sie starten, müssen halten.



$$U = 72 [\text{sec}]$$

$$g = \frac{1}{2}$$

$$\lambda = \frac{1}{6} \hat{=} 600 \left[\frac{\text{Kfz}}{\text{h}} \right]$$

$$n_H = 8, 3$$

$$n_O = 10, 8$$

$$P(\lambda, g, U) = 69 [\%]$$

$$W(\lambda, g, U) = 19, 3 [\text{sec}]$$

Der erste Startzeitpunkt fällt mit dem Beginn des Grünsignals zusammen. Die Startzeitpunkte sind durch die Funktion

$$(1-g)U + t^{\text{Start}}(n)$$

gegeben. Dies führt zu der

DEFINITION (II 6)

Das Fahrzeug (n) muß "halten" genau dann, wenn gilt:

$$a(n) < (1-g)U + t^{\text{Start}}(n).$$

Das heißt im vorliegenden Fall:

Fahrzeug (n) muß halten genau dann, wenn

$$\frac{n}{\lambda} < (1-g)U + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} n$$

ist.

Das erste Fahrzeug, das nicht hält, habe die Nummer (n_H). Die Variable (n) wird als stetig aufgefaßt. Dann bestimmt sich (n_H) aus der Gleichung

$$\frac{n_H}{\lambda} = (1-g)U + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} n_H,$$

und man berechnet

$$n_H = \frac{(1-g)U + \frac{3}{2}}{(\frac{1}{\lambda} - \frac{3}{2})}.$$

Auf die gestellte Frage erhält man die Antwort:

n_H Fahrzeuge müssen halten!

(n_H wird mitgezählt, weil die Variable (n) als stetig aufgefaßt wird.)

DEFINITION (II 7)

Es sei n_H die Lösung der Gleichung

$$a(n_H) = (1-g)U + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} n_H.$$

Dann heißt n_H die "Zahl der Halte", bezogen auf die Grundgesamtheit von (λU) Fahrzeugen.

Die "Zahl der Halte" sagt nur etwas aus, wenn sie bezogen ist auf eine Grundgesamtheit. Das führt zu folgender Begriffsbildung:

$$P(\lambda, g, U) := \frac{n_H}{\lambda U} \text{ ist die "relative Zahl der Halte"}$$

oder die "Wahrscheinlichkeit, halten zu müssen".

Die Ergebnisse werden zusammengefaßt in der

DEFINITION (II 8)

Es sei eine zulässige Schaltung (g, U) und λ gegeben.

Die "Wahrscheinlichkeit, halten zu müssen" oder die "Halte-Wahrscheinlichkeit" ist definiert durch die Funktion

$$P(\lambda, g, U) := \frac{n_H}{\lambda U}.$$

SATZ (II 9)

Offenbar ist

$$P(\lambda, g, U) = \frac{2(1-g)}{(2-3\lambda)} + \frac{3}{(2-3\lambda)U} = \frac{2(1-g)U+3}{(2-3\lambda)U}.$$

Eine Signalschaltung (g, U) sollte so gewählt werden, daß der Wert $P(\lambda, g, U)$ möglichst klein wird.

(II § 3) DIE WARTEZEIT

Es wird eine Einzel-Kreuzung betrachtet.

Berücksichtigt wird nur eine Zufahrt.

Es werden N Fahrzeuge betrachtet, die in einer Reihe hintereinander stehen und an einem Verkehrssignal warten. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt das Rot-Gelb-Zeichen. Die Grünzeit sei unbegrenzt.

Dazu wird ein weiteres Fahrzeug $(N+1)$ betrachtet, das noch "frei beweglich" sei. Es möge zu einem beliebigen Zeitpunkt ankommen.

Erleidet das Fahrzeug $(N+1)$ eine Verzögerung?

Fahrzeug $(N+1)$ erleidet eine Verzögerung, wenn es

"zu früh" ankommt, wenn es ankommt, bevor es die Haltelinie überfahren kann.

Und überfahren kann das Fahrzeug $(N+1)$ die Haltelinie erst hinter dem Fahrzeug (N) , also frühestens zum Zeitpunkt $t^{\text{Ziel}}_{(N+1)}$.

Formal ausgedrückt, besagt das:

Fahrzeug $(N+1)$ erleidet eine Verzögerung genau dann, wenn die Ungleichung

$$a(N+1) < t^{\text{Ziel}}_{(N+1)}$$

erfüllt ist. Hier wird die Ziel-Funktion verwendet.

Nun sei ein Verkehrsstrom der Stärke λ und eine zulässige Schaltung (g, U) gegeben. In jeder Periode sind die Erscheinungen gleich. Es wird also nur eine Periode betrachtet.

Die folgenden Überlegungen werden veranschaulicht durch Zeichnung (14 A).

Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei Periodenbeginn. In einer Periode kommen (λU) Fahrzeuge an. Es sei also $0 \leq n \leq \lambda U$.

Wieviele von diesen Fahrzeugen erleiden eine Verzögerung?

Alle Fahrzeuge, die ankommen, bevor sie die Haltelinie überfahren, erleiden eine Verzögerung. Die Zeitpunkte, zu denen die Haltelinie

überfahren wird, sind zunächst durch die Funktion

$$(1-g)U + t^{\text{Ziel}}_{(n)}$$

gegeben. Dies führt zu der

DEFINITION (II 10)

Das Fahrzeug (n) "erleidet eine Verzögerung" genau dann, wenn gilt:

$$a(n) < (1-g)U + t^{\text{Ziel}}_{(n)}.$$

Das heißt im vorliegenden Fall:

Fahrzeug (n) erleidet eine Verzögerung genau dann, wenn gilt:

$$\frac{n}{\lambda} < (1-g)U + 7 + 2n.$$

Das erste Fahrzeug, das keine Verzögerung erleidet, habe die Nummer (n_o) . Dann bestimmt sich (n_o) aus der Gleichung:

$$\frac{n_o}{\lambda} = (1-g)U + 7 + 2n_o$$

und man berechnet

$$n_o = \frac{(1-g)U+7}{(\frac{1}{\lambda} - 2)}.$$

Es erleiden also n_o Fahrzeuge eine Verzögerung.

Das ABFAHRT-Gesetz $t^{\text{Ziel}}_{(n)}$ gilt für $n \leq n_o$.

Man kann auch sagen:

Mit dem Fahrzeug (n_o) endet der "gesättigte Abfluß" der Fahrzeuge.

Aber alle Fahrzeuge (n) mit $n_o \leq n \leq \lambda U$ überfahren die Haltelinie in demselben Augenblick, in dem sie ankommen, nämlich zum Zeitpunkt $a(n)$.

Der Ausdruck $(\frac{n_o}{\lambda U})$ heißt der "Anteil der verzögerten Fahrzeuge an der Gesamtzahl der Fahrzeuge".

Von großer Bedeutung sind nun die Wartezeiten selbst.

DEFINITION (II 11)

Die "Wartezeit für Fahrzeug (n)" ist die Zeitspanne zwischen Ankunft und Überfahren der Haltelinie. Die Wartezeit für Fahrzeug (n) wird mit $w(n)$ bezeichnet.

Es ist im vorliegenden Fall:

$$w(n) = \left\{ \begin{array}{ll} [(1-g)U + 7 + 2n - \frac{n}{\lambda}] & \text{für } 0 \leq n \leq n_0 \\ 0 & \text{für } n_0 \leq n \leq \lambda U \end{array} \right\}.$$

Falls $7 + 2\lambda U = gU$ vorausgesetzt wird, ist $n_0 = \lambda U$ und

$$w(n) = (1-g)U + 7 + 2n - a(n) \quad \text{für } 0 \leq n \leq \lambda U.$$

Bei der Signalschaltung läßt sich nicht jedes Fahrzeug einzeln berücksichtigen, sondern es sind Durchschnittswerte zu betrachten. Es wird also nach der "durchschnittlichen Wartezeit" gefragt.

Der Antwort auf diese Frage dienen die folgenden Überlegungen.

Die Summe aller Wartezeiten $w(n)$ mit $0 \leq n \leq \lambda U$ ist durch das Integral

$$\int_0^{\lambda U} w(n) dn$$

gegeben.

Bemerkung: Es sei λU eine ganze Zahl und $7 + 2\lambda U = gU$.

Dann ist

$$\sum_{n=1}^{\lambda U} w(n - \frac{1}{2}) = \int_0^{\lambda U} w(n) dn.$$

Man sieht, daß das Integral die Bezeichnung "Summe der Wartezeiten" verdient.

Mit Hilfe der Integration lassen sich ohne zusätzlichen Aufwand auch nicht-ganzzahlige Werte "verarbeiten". Dies ist ihr wesentlicher Vorteil.

Das führt zu der wichtigen

DEFINITION (II 12)

Das Integral

$$W(\lambda, g, U) := \frac{1}{\lambda U} \int_0^{\lambda U} w(n) dn$$

heißt die "durchschnittliche Wartezeit" oder kurz "Wartezeit".

Die Berechnung der durchschnittlichen Wartezeit liefert der folgende

SATZ (II 13)

Es sei eine zulässige Schaltung (g, U) und die Verkehrsstärke λ gegeben.

Dann ist $W(\lambda, g, U) = \frac{[(1-g)U+7]^2}{2U(1-2\lambda)}$. Wird außerdem $7+2\lambda U = gU$ vorausgesetzt, dann vereinfacht sich die Wartezeit zu

$$W(\lambda, g, U) = \left[\frac{U}{2} - \lambda U \right].$$

BEWEIS

Es wurde schon festgestellt, daß

$$n_0 = \frac{\lambda [(1-g)U+7]}{(1-2\lambda)}$$

ist. Man errechnet dann leicht:

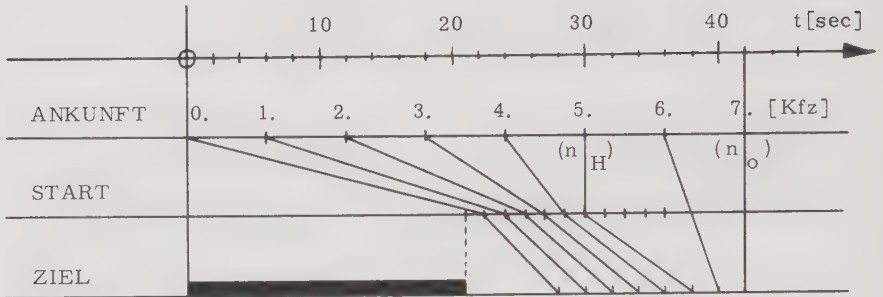
$$W(\lambda, g, U) = \frac{1}{\lambda U} \int_0^{n_0} \left[(1-g)U+7+2n - \frac{n}{\lambda} \right] dn = \frac{[(1-g)U+7]^2}{2U(1-2\lambda)}.$$

Daraus folgt die Behauptung von Satz (II 13).

Dieser Satz wird später oft gebraucht.

Es sei hier noch Zeichnung (20 A) erläutert. Beide Darstellungen in dieser Zeichnung beschreiben den gleichen Sachverhalt. Von Abschnitt (III) an wird eine Darstellung der unteren Art verwendet. In

ZEICHNUNG (20 A)



$$U = 42 [\text{sec}]$$

$$n_H = 5$$

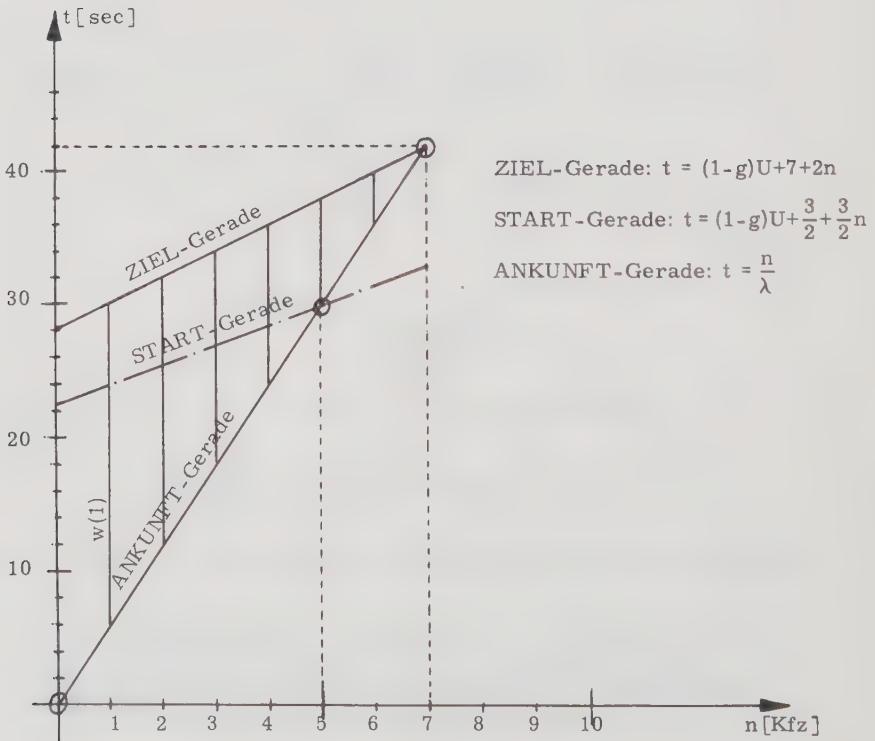
$$P(\lambda, g, U) = 71,5 [\%]$$

$$g = \frac{1}{2}$$

$$n_O = 7$$

$$W(\lambda, g, U) = 14 [\text{sec}]$$

$$\lambda = \frac{1}{6} \hat{=} 600 \left[\frac{\text{Kfz}}{\text{h}} \right]$$



der unteren Darstellung sind die Nummern der Fahrzeuge auf der horizontalen Achse aufgetragen, die Zeit auf der vertikalen Achse. Ankunft- und Abfahrt-Gesetz sind als drei Geraden erkennbar. Die schraffierte Fläche entspricht der "Summe der Wartezeiten". Die Zahl der Halte wird dargestellt durch den Schnittpunkt der "Ankunft-Geraden" mit der "Start-Geraden".

(II § 4) DAS "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT"

Um die Güte von Signal-Schaltungen beurteilen zu können, müssen ihre Eigenschaften bekannt sein.

Einige Eigenschaften von Signal-Schaltungen werden hier festgestellt und bewiesen.

1. Bei wachsender Verkehrsstärke λ müssen aus Kapazitätsgründen die Umlaufzeiten verlängert werden. Diese Aussage wurde schon durch Satz (II 5) bewiesen.
2. Es sei die Verkehrsstärke λ fest gegeben. Dann bewirkt eine Verkürzung der Umlaufzeiten im zulässigen Bereich auch eine Verkürzung der Wartezeiten. In Satz (II 15) wird diese Aussage bewiesen. Sie führt zu folgender

DEFINITION (II 14)

Das "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT an jeder Einzel-Kreuzung" schreibt vor, zur Minimierung der Wartezeiten an jeder Kreuzung die kleinste zulässige Umlaufzeit anzustreben.

Man kann auch sagen

"Kurze Umlaufzeit gleich kurze Wartezeit".

Nach diesem Prinzip arbeiten die Verfahren der "verkehrsabhängigen Signal-Programm-Bildung".

3. Es sei die Verkehrsstärke λ fest gegeben. Dann bewirkt eine Verkürzung der Umlaufzeiten eine Vergrößerung der Zahl der Halte. Das ist nicht vorteilhaft. Es gilt sogar der Satz (II 16): Durch Schaltung der kleinsten zulässigen Umlaufzeit wird die Zahl der Halte maximiert.

Man kann auch sagen:

"Kurze Umlaufzeit gleich große Zahl der Halte".

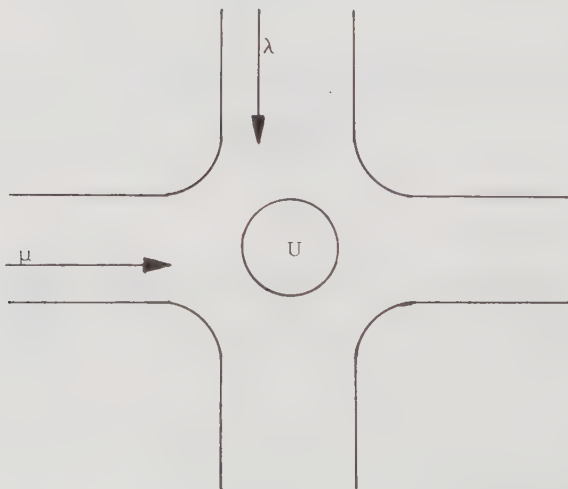
Die Dinge liegen also nicht ganz so einfach. Eine Beurteilung kann nur im Rahmen mehrerer Kreuzungen erfolgen.

Zunächst sind die genannten Sätze zu beweisen.

SÄTZE zum PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT

Es wird eine Einzel-Kreuzung betrachtet.

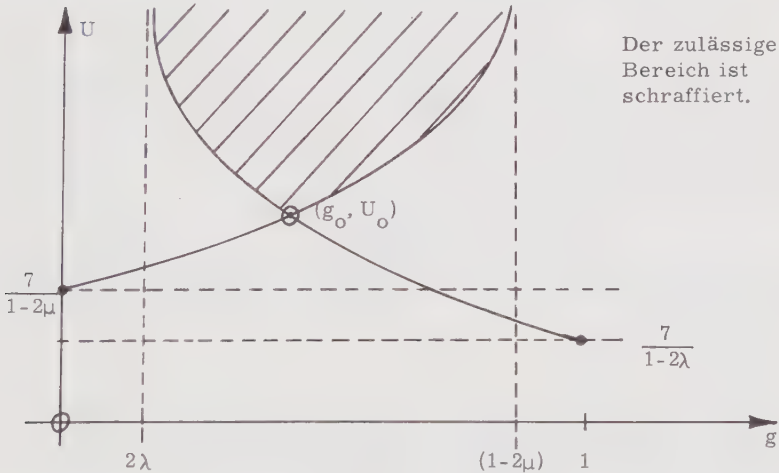
Berücksichtigt werden zwei sich kreuzende Zufahrten. Die Verkehrsstärken seien λ und μ .



Es kommen nur Schaltungen (g, U) in Frage, welche die Kapazitäts-Bedingungen erfüllen. Formal ausgedrückt, sind Schaltungen (g, U) Zahlenpaare in der (g, U) -Ebene. Zulässige Schaltungen liegen innerhalb des "zulässigen Bereichs", der durch die Ungleichungen definiert ist:

$$\begin{aligned} 0 &\leq U \\ 0 &< g < 1 \\ 7+2\lambda U &\leq gU \\ 7+2\mu U &\leq (1-g)U. \end{aligned}$$

Das wird in der folgenden Zeichnung veranschaulicht.



DIE WARTEZEIT

Die Summe der Wartezeiten für beide Richtungen während einer Periode ist gegeben durch:

$$W(\lambda, g, U) \cdot \lambda U + W(\mu, 1-g, U) \cdot \mu U.$$

Die durchschnittliche Wartezeit - gemittelt über beide Richtungen - ist dann

$$W(g, U) := \frac{W(\lambda, g, U) \cdot \lambda U + W(\mu, 1-g, U) \cdot \mu U}{\lambda U + \mu U}.$$

Gesucht wird eine zulässige Schaltung (g, U) , die den Wert $W(g, U)$ so klein wie möglich macht. Es wird die einschränkende Voraussetzung $\lambda = \mu$ gemacht.

SATZ (II15)

Es sei $\lambda = \mu$. Es wird die Aufgabe gestellt:

$$W(g, U) = \min_{g, U} !$$

mit den Nebenbedingungen

$$0 \leq U$$

$$1 < g < 1$$

$$7+2\lambda U \leq gU$$

$$7+2\mu U \leq (1-g)U.$$

Es gibt genau eine Lösung dieser Aufgabe, nämlich

$$(g_0 = \frac{1}{2}, U_0 = \frac{14}{(1-4\lambda)}) .$$

Mit der kleinsten zulässigen Umlaufzeit wird also die kürzeste Wartezeit erreicht.

BEWEIS

Es sind die Sätze (II 5) und (II 13) heranzuziehen. Es ist

$$W(g, U) = \frac{\lambda [(1-g)U+7]^2}{2U(1-2\lambda)(\lambda+\mu)} + \frac{\mu [gU+7]^2}{2U(1-2\mu)(\lambda+\mu)} .$$

Mit der einschränkenden Voraussetzung $\lambda = \mu$ ergibt sich:

$$W(g, U) = \frac{[(1-g)U+7]^2 + [gU+7]^2}{4U(1-2\lambda)} .$$

Es sei ein zulässiges U beliebig, aber fest gewählt. Dann ist bei festem U dasjenige g zu finden, welches $W(g, U)$ minimiert. Aus

der Bedingung $\frac{\partial}{\partial g} W(g, U) \stackrel{!}{=} 0$ erhält man sofort $g = \frac{1}{2}$.

Man sieht, daß die Schaltung ($g = \frac{1}{2}, U$) zulässig ist, solange U zulässig ist. Daß bezüglich g tatsächlich ein Minimum vorliegt, sieht man aus $\frac{\partial^2}{\partial g^2} W(g, U) = \frac{U}{(1-2\lambda)} > 0$. Nun ist $W(g = \frac{1}{2}, U)$ bezüglich U zu minimieren. Man erhält

$$\frac{\partial}{\partial U} W\left(\frac{1}{2}, U\right) = \frac{\left(\frac{U}{2} + 7\right)\left(\frac{U}{2} - 7\right)}{2U^2(1-2\lambda)} > 0.$$

Denn das Minimum von $W\left(\frac{1}{2}, U\right)$ bezüglich U , nämlich $U = 14$, ist nicht mehr zulässig. Im zulässigen Bereich ist $\frac{\partial}{\partial U} W\left(\frac{1}{2}, U\right) > 0$.

Also ist durch Verkleinerung von U die Wartezeit $W\left(\frac{1}{2}, U\right)$ weiter zu vermindern. Nach Satz (II 5) ist für $\lambda = \mu$ das kleinste zulässige U durch $U_0 = \frac{14}{(1-4\lambda)}$ gegeben. Im zulässigen Bereich minimiert also U_0 die Funktion $W\left(\frac{1}{2}, U\right)$.

Damit ist Satz (II 15) bewiesen.

Dieser Beweis läßt sich auf den Fall $\lambda \neq \mu$ übertragen. Es folgt im wesentlichen das gleiche Ergebnis.

DIE ZAHL DER HALTE

Die Zahl der Halte für beide Richtungen während einer Periode ist gegeben durch:

$$P(\lambda, g, U) \cdot \lambda U + P(\mu, 1-g, U) \cdot \mu U.$$

Die Halte-Wahrscheinlichkeit - gemittelt über beide Richtungen - ist dann

$$P(g, U) := \frac{P(\lambda, g, U) \cdot \lambda U + P(\mu, 1-g, U) \cdot \mu U}{\lambda U + \mu U}.$$

Gesucht wird eine zulässige Schaltung (g, U) , die den Wert $P(g, U)$ so groß wie möglich macht. Diese unerwünschte Eigenschaft hat gerade die Schaltung (g_o, U_o) . Es wird die einschränkende Voraussetzung $\lambda = \mu$ gemacht.

SATZ (II 16)

Es sei $\lambda = \mu$. Es wird die Aufgabe gestellt:

$$P(g, U) = \max_{g, U}$$

mit den Nebenbedingungen $0 \leq U$

$$0 < g < 1$$

$$7+2\lambda U \leq gU$$

$$7+2\mu U \leq (1-g)U.$$

Es gibt genau eine Lösung dieser Aufgabe, nämlich

$$(g_o = \frac{1}{2}, \quad U_o = \frac{14}{(1-4\lambda)}).$$

Mit der kleinsten zulässigen Umlaufzeit wird also die größte Zahl der Halte erreicht.

BEWEIS

Aus Satz (II 9) folgt

$$P(g, U) = \frac{\lambda \left[\frac{2(1-g)}{2-3\lambda} + \frac{3}{(2-3\lambda)U} \right] + \mu \left[\frac{2g}{2-3\mu} + \frac{3}{(2-3\mu)U} \right]}{(\lambda + \mu)}.$$

Mit der einschränkenden Voraussetzung $\lambda = \mu$ ergibt sich

$$P(g, U) = \frac{1}{(2-3\lambda)} + \frac{3}{(2-3\lambda)U}.$$

Die Halte-Wahrscheinlichkeit ist unabhängig von g in diesem Fall. Offenbar wird $P(g, U)$ vergrößert durch Verkleinerung von U . Nach Satz (II 5) gibt es genau ein kleinstes zulässiges U , nämlich $U_o = \frac{14}{(1-4\lambda)}$. Dieses U_o maximiert also $P(g, U)$.

Es ist noch zu zeigen, daß $P(g, U_{O_1}) \leq 1$ ist. Das beweist man sofort mit Hilfe der Voraussetzung $\lambda < \frac{1}{4}$. Damit ist Satz (II 16) bewiesen.

Der Fall $\lambda \neq \mu$ liefert im wesentlichen die gleiche Aussage.

Die bisherigen Ergebnisse zeigen:

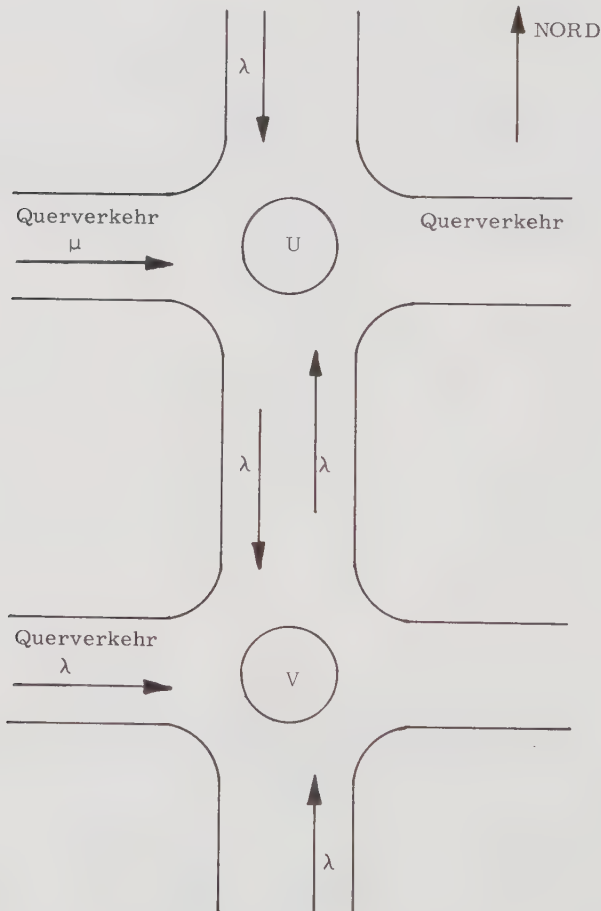
Die Schaltung (g_O, U_O) bietet den Vorteil kurzer Wartezeiten, aber den Nachteil, zur größten Zahl der Halte zu führen.

Es kann also noch nicht beurteilt werden, ob die Anwendung des PRINZIPS DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT an jeder Einzel-Kreuzung zweckmäßig ist. Erst der Zusammenhang mehrerer Kreuzungen kann darüber Aufschluß geben.

(III) DIE VERBINDUNG ZWEIER KREUZUNGEN

Es werden zwei benachbarte Kreuzungen betrachtet. Berücksichtigt werden mehrere Zufahrten. Die Verkehrsstärken seien μ und λ .

Es sei $\mu > \lambda$.



Jedes Fahren in einem Stadtnetz ist ein Befahren der Verbindungsstrecke zwischen zwei benachbarten Kreuzungen.

Die Verbindung zweier Kreuzungen ist der Grundbaustein für den Aufbau eines Stadtnetzes.

Auf der Nord-Süd-Straße sei die Verkehrsstärke in beiden Richtungen mit λ gegeben. Die nördliche Kreuzung habe die zulässige Schaltung (g, U) . Die südliche Kreuzung habe die zulässige Schaltung (h, V) .

Es wird der Verkehr betrachtet, der von der Nord-Kreuzung her nach Süden fließt.

Von der Nord-Kreuzung her fließt während der Grünzeit (gU) ein starker Verkehrsstrom der Stärke λ^{**} nach Süden. Während der Rotzeit $(1-g)U$ fließt von der Nord-Kreuzung her nur ein schwacher Verkehrsstrom der Stärke λ^* nach Süden. Das sind die Abbieger aus der Querrichtung.

DEFINITION (III 1)

Während einer Umlaufzeit U sind es

$$\lambda^*(1-g)U + \lambda^{**}gU = \lambda U$$

Fahrzeuge, die die Nord-Kreuzung in Richtung Süden verlassen.

Es ist also definiert:

$$\lambda = (1-g)\lambda^* + g\lambda^{**} \text{ mit } 0 < \lambda^* \leq \lambda \leq \lambda^{**}.$$

Das ursprüngliche ANKUNFT-Gesetz beschrieb einen völlig gleichmäßig fließenden Verkehrsstrom. Nun handelt es sich um einen pulsierenden Gleichstrom mit zwei verschiedenen Stärken λ^* und λ^{**} , die sich periodisch abwechseln.

Es ist noch zu bestimmen, zu welchen Zeiten jeweils der starke (λ^{**}) oder der schwache (λ^*) Verkehrsstrom an der Süd-Kreuzung eintrifft.

Es sei $T[\text{sec}]$ die Zeit, die benötigt wird, um die Strecke von der Nord-Kreuzung bis zur Süd-Kreuzung zu durchfahren. T sei fest gegeben. Es ist eine neue Variable einzuführen:

DEFINITION (III 2)

Die Variable x [sec] bezeichne die "Grünzeitverschiebung" oder auch "Periodenverschiebung". Zum Zeitpunkt t sei Beginn der Grünzeit bei Periode U. Dann sei zum Zeitpunkt $(t+T-x)$ Beginn der Grünzeit bei Periode V. Dadurch ist x festgelegt.

Diese Definition ist noch grob. Es soll nur hervorgehoben werden, daß die Variable x den zeitlichen Abstand der beiden Kreuzungen, nämlich T , nicht enthält.

Beispiel: Es liegt eine positive Grünzeitverschiebung von $x = +10$ [sec] vor. Man verläßt die Nord-Kreuzung als erstes Fahrzeug bei Grünbeginn und fährt auf die Süd-Kreuzung zu. Schon 10 Sekunden, bevor man die Süd-Kreuzung erreicht, beginnt dort das Grünsignal.

Weiteren Aufschluß gibt Zeichnung (32 A).

Als Bezugszeitpunkt $t = 0$ wird nun der Beginn einer Periode V gewählt. Es wird der Verkehr betrachtet, der von der Nord-Kreuzung her auf die Süd-Kreuzung trifft.

Gesucht sind:

Wartezeit und Zahl der Halte, die dieser Verkehrsstrom vor der Süd-Kreuzung erleidet.

Beide Größen sind abhängig von den Schaltungen (g, U) und (h, V) , den Verkehrsstärken λ^* und λ^{**} und von der Periodenverschiebung x .

Es wird die Aufgabe gestellt, den Einfluß dieser Variablen auf Wartezeit und Zahl der Halte zu erfassen.

Als Ergebnis wird eine Antwort darauf erwartet, wie die Schaltungen (g, U) und (h, V) und die Periodenverschiebung x "am besten" zu wählen sind.

Zwei grundsätzlich verschiedene Lösungen sind zu unterscheiden:

Erstens der Fall, daß $V = U$ gewählt wird.

Man spricht dann von "Koordinierung". Die Grünzeitverschiebung x kann fest bestimmt werden. Die gemeinsame Umlaufzeit ist groß.

Zweitens der Fall, daß $V \neq U$ ist.

Man spricht dann von "Nicht-Koordinierung". Die Grünzeitverschiebung x ändert sich im Zeitablauf. Sie kann nicht festgehalten werden. Die Umlaufzeiten sind klein.

Beide Lösungen haben ihre Vor- und Nachteile.

Im ersten Fall ($V = U$, Koordinierung) muß an allen Kreuzungen die Umlaufzeit gleich sein. Die gemeinsame Umlaufzeit richtet sich nach der Kreuzung mit der stärksten Verkehrsbelastung (hier die Nord-Kreuzung). Die gemeinsame Umlaufzeit ist für die meisten Kreuzungen zu lang. Das ist ein Nachteil; denn nach dem PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT verlängert man auf diese Weise willkürlich die Wartezeiten. Aber bei gemeinsamer Umlaufzeit kann man eine günstige Grünzeitverschiebung x fest wählen. Das ist vielleicht ein Vorteil, der den Nachteil wieder ausgleicht.

Im zweiten Fall ($V \neq U$, Nicht-Koordinierung) kann nach dem PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT an jeder Einzel-Kreuzung die Wartezeit minimiert werden. Das ist ein Vorteil. Dann sind aber an fast allen Kreuzungen die Umlaufzeiten verschieden, und die Grünzeitverschiebung x wechselt ständig. Das ist vielleicht ein Nachteil.

In der Praxis sind viele Varianten denkbar und auch schon durchgeführt worden. Die Erscheinungen sind vielfältig.

Es wird nach einer allgemeingültigen Aussage gesucht.

Die entscheidende Frage lautet:

Welche von beiden Lösungen - Koordinierung oder Nicht-Koordinierung - bringt ihrem Wesen nach den größeren Vorteil hinsichtlich Wartezeit und Zahl der Halte?

Die Antwort fällt eindeutig zugunsten der Koordinierung aus, obwohl man nach dem PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFEIT das Gegenteil erwartet hätte.

Der Begründung dieser Aussage dienen die folgenden Abschnitte.

(III § 1) WARTEZEIT UND ZAHL DER HALTE BEI KOORDINIERUNG

Es werden zwei benachbarte Kreuzungen betrachtet. Sie wurden zu Beginn dieses Abschnittes eingeführt.

Es wird der Verkehrsstrom betrachtet, der von der Nord-Kreuzung aus nach Süden fließt.

Es wird gefragt, welche Wartezeit und Zahl der Halte dieser Verkehrsstrom vor der Süd-Kreuzung erleidet.

Es wird vorausgesetzt:

$$U = V$$

$$g = h$$

$$\lambda = (1-g)\lambda^* + g\lambda^{**} \text{ und } 0 < \lambda^* \leq \lambda \leq \lambda^{**}$$

$$7 + 2\lambda V = hV \quad (\text{Kapazitätsbedingung})$$

$$0 \leq n \leq \lambda U.$$

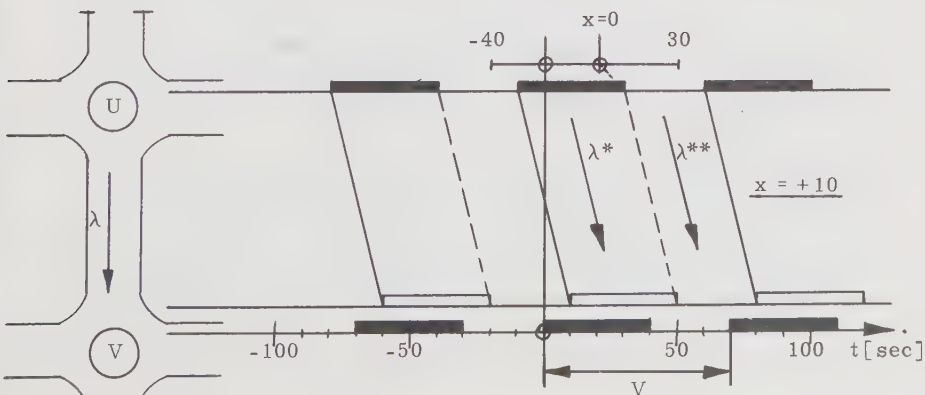
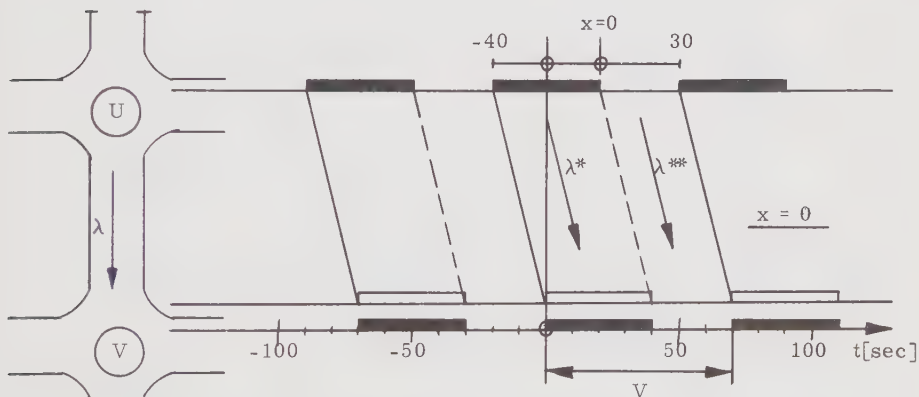
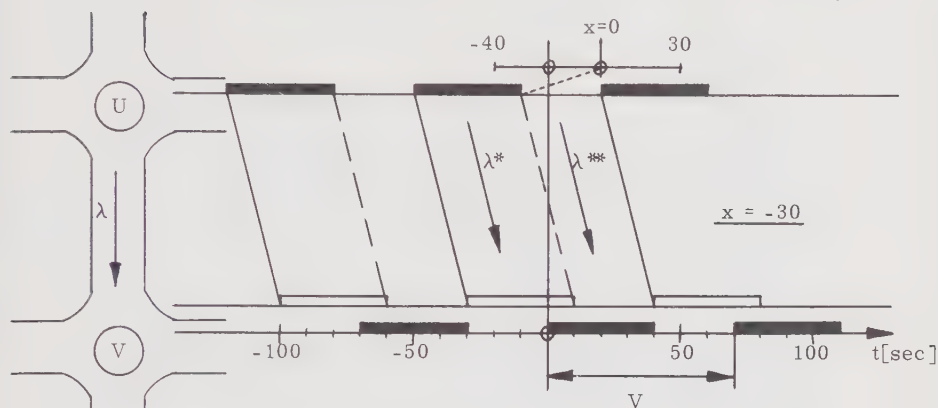
Gesucht ist das ANKUNFT-Gesetz für eine Periode V der Süd-Kreuzung. Das ANKUNFT-Gesetz ist von der Grünzeitverschiebung x abhängig. Es wird mit $a(n, x)$ bezeichnet.

Aus Zeichnung (32 A) liest man das gesuchte ANKUNFT-Gesetz unmittelbar ab. Die Grünzeitverschiebung x kann folgende Werte annehmen:

$$-(1-g)U \leq x \leq gU.$$

Sie ist fest wählbar.

$$v = 45 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = 12,5 \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right], \quad T = 20 [\text{sec}], \quad U = 70 [\text{sec}], \quad g = \frac{3}{7}$$



ANKUNFT-Gesetz für Periode V

Minus-Bereich: $-(1-g)U \leq x \leq 0$

$$a(n, x) := \left\{ \begin{array}{ll} \frac{n}{\lambda^*} & \text{für } 0 \leq n \leq \lambda^*[(1-g)U - |x|] \\ \left[(1-g)U - |x| \right] + \frac{n - \lambda^*[(1-g)U - |x|]}{\lambda^{**}} & \text{für } \lambda^*[(1-g)U - |x|] \leq n \leq \lambda U - \lambda^*|x| \\ \left[U - |x| \right] + \frac{n - [\lambda U - \lambda^*|x|]}{\lambda^*} & \text{für } \lambda U - \lambda^*|x| \leq n \leq \lambda U \end{array} \right\}$$

Plus-Bereich: $0 \leq x \leq gU$

$$a(n, x) := \left\{ \begin{array}{ll} \frac{n}{\lambda^{**}} & \text{für } 0 \leq n \leq \lambda^{**}x \\ x + \frac{n - \lambda^{**}x}{\lambda^*} & \text{für } \lambda^{**}x \leq n \leq \lambda^{**}x + \lambda^*(1-g)U \\ \left[x + (1-g)U \right] + \frac{n - [\lambda^{**}x + \lambda^*(1-g)U]}{\lambda^{**}} & \text{für } \lambda^{**}x + \lambda^*(1-g)U \leq n \leq \lambda U \end{array} \right\}$$

Es gilt offenbar $a(n, x = -(1-g)U) = a(n, x = gU)$.

Setzt man $\lambda^* = \lambda^{**} = \lambda$, so vereinfacht sich das ANKUNFT-Gesetz sofort zu

$$a(n, x) = \frac{n}{\lambda} = a(n).$$

Die Periodenverschiebung x verliert dann ihre Bedeutung, und das Gesetz $a(n, x)$ geht in das ursprüngliche ANKUNFT-Gesetz über.

Im Hinblick auf (III § 2) sei besonders hervorgehoben:

Das ANKUNFT-Gesetz $a(n, x)$ wurde unabhängig von der Schaltung (h, V) definiert.

Es sei x gegeben. Die Fahrzeuge, die an der Süd-Kreuzung eintreffen, werden so numeriert, daß Fahrzeug $(n=0)$ zum Zeitpunkt $t=0$ ankommt. Das Fahrzeug (n) mit $0 \leq n \leq \lambda U$ kommt dann zum Zeitpunkt $t = a(n, x)$ an der Süd-Kreuzung an, gleichgültig, wie die Schal-

tung (h, V) aussieht.

Es folgt eine wichtige Definition.

DEFINITION (III 3)

Das "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" schreibt vor, an zwei benachbarten Kreuzungen die Umlaufzeiten gleich zu machen und die Grünzeitverschiebung $x = 0$ anzustreben.

An Zeichnung (32 A) liest man ab, daß diese Definition genau dem bekannten Gedanken der "Grünen Welle" entspricht.

Die Überlegungen zur Ermittlung der Wartezeit und der Zahl der Halte sind grundsätzlich die gleichen wie in Abschnitt (II).

Es gilt nur ein abgewandeltes ANKUNFT-Gesetz $a(n, x)$. Innerhalb der Periode V kommt Fahrzeug (n) zum Zeitpunkt $a(n, x)$ an.

DEFINITION (III 4)

Wartezeit von Fahrzeug (n) ist

$$w(n, x) := (1-h)V + 7 + 2n - a(n, x).$$

Die durchschnittliche Wartezeit ist

$$W(\lambda^*, \lambda^{**}, h, V, g, U, x) := \frac{1}{\lambda V} \int_0^{\lambda V} w(n, x) dn.$$

DEFINITION (III 5)

Die Zahl der Halte ergibt sich als Schnittpunkt der Funktion $a(n, x)$ mit der Geraden der Start-Zeitpunkte. Es sei $n_H(x)$ die Lösung der Gleichung

$$a(n_H(x), x) = (1-h)V + \frac{3}{2} + \frac{3}{2}n_H(x).$$

Dann ist $n_H(x)$ die Zahl der Halte, bezogen auf λV .

Die Halte-Wahrscheinlichkeit ist

$$P(\lambda^*, \lambda^{**}, h, V, g, U, x) = \frac{n_H(x)}{\lambda V}.$$

Um die Berechnungen anschaulich zu gestalten, wird eine weitere Zeichnung (35 A) verwendet. Sie wurde bereits in (II § 3) eingeführt. Hier ist allerdings das ANKUNFT-Gesetz $a(n, x)$ eingetragen.

Erläuterung zu Zeichnung (35 A)

Es ist $\text{Tangens}(\alpha) = \frac{1}{\lambda^*}$ und $\text{Tangens}(\beta) = \frac{1}{\lambda^{**}}$.

Jedes ANKUNFT-Gesetz $a(n, x)$ wird dargestellt durch einen stückweise linearen Weg vom Punkte $(0, 0)$ bis zum Punkte $(\lambda V, V)$. Alle diese Wege verlaufen innerhalb des großen Parallelogramms, dessen Diagonale eingezeichnet ist. Den "linken" Rand dieses Parallelogramms bildet das ANKUNFT-Gesetz $a(n, x = 0)$, den "rechten" Rand bildet das ANKUNFT-Gesetz $a(n, x = gU) = a(n, x = -(1-g)U)$.

Setzt man $\lambda^* = \lambda^{**} = \lambda$, so schrumpft das große Parallelogramm auf seine Diagonale zusammen, und man erhält die gleiche Situation wie in (II § 3), Zeichnung (20 A).

Die Summe der Wartezeiten wird dargestellt durch die Fläche zwischen der Geraden $(1-h)V + 7 + 2n$ und jeweils einem der Wege $a(n, x)$. Aus Gründen der Deutlichkeit wurde auf eine Schraffierung der gesamten Wartezeiten-Fläche verzichtet.

Die Veränderung von x ist am linken Rand der Zeichnung dargestellt.

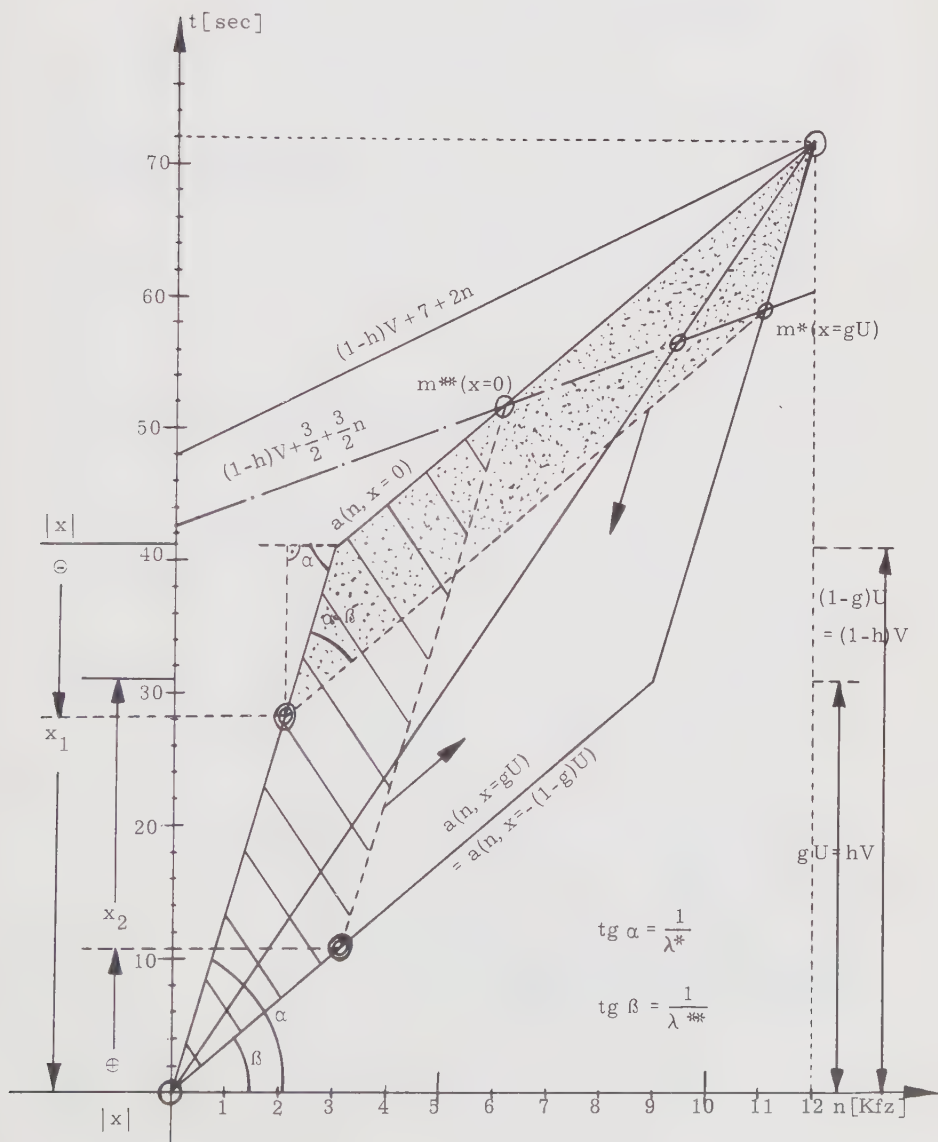
Eine Veränderung von x im Minus-Bereich in Richtung

$0 \geq x \rightarrow -(1-g)U$ bewirkt eine Verschiebung eines Teils von $a(n, x)$ "nach unten" in Richtung des kleinen Pfeils.

Eine Veränderung von x im Plus-Bereich in Richtung $0 \leq x \rightarrow gU$ bewirkt eine Verschiebung eines Teils von $a(n, x)$ "nach rechts" in Richtung des kleinen Pfeils.

ZEICHNUNG (35 A)

$$U = 72[\text{sec}], \quad g = \frac{31}{72}, \quad \lambda = \frac{1}{6} \approx 600 \left[\frac{\text{Kfz}}{\text{h}} \right], \quad \lambda^* = \frac{3}{41}, \quad \lambda^{**} = \frac{9}{31}$$



Die kleinste Summe der Wartezeiten liefert das ANKUNFT-Gesetz $a(n, x=0)$, wie man an der betreffenden - nicht schraffierten - Fläche abliest.

Eine Veränderung von x im Minus-Bereich in Richtung $0 > x \rightarrow -(1-g)U$ bewirkt eine Vergrößerung der Summe der Wartezeiten um den Betrag der punktierten Parallelogramm-Fläche.

Eine Veränderung von x im Plus-Bereich in Richtung $0 \leq x \rightarrow gU$ bewirkt eine Vergrößerung der Summe der Wartezeiten um den Betrag der schraffierten Parallelogramm-Fläche.

Die Zahl der Halte $n_H(x)$ kann sich nur bewegen in dem Intervall

$$n_H(x=0) \leq n_H(x) \leq n_H(gU).$$

Eine Veränderung von x im Minus-Bereich in Richtung $0 > x \rightarrow -(1-g)U$ bewirkt eine (schnelle) Vergrößerung der Zahl der Halte.

Eine Veränderung von x im Plus-Bereich in Richtung $0 \leq x \rightarrow gU$ bewirkt eine (langsame) Vergrößerung der Zahl der Halte.

Alle weiteren Informationen sind an Zeichnung (35 A) unmittelbar abzulesen.

Die folgenden Beweise können an Hand von Zeichnung (35 A) verfolgt werden. Da $V = U$ und $h = g$ vorausgesetzt ist, wird zur Vereinfachung formal zwischen beiden nicht mehr unterschieden.

DIE WARTEZEIT BEI KOORDINIERUNG

SATZ (III 6)

Es sei $V = U$, $h = g$ und $7+2\lambda V = hV$.

Dann ist die Wartezeit gegeben durch:

$$W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x) = \left[\frac{U}{2} - \lambda U \right] - (\lambda - \lambda^*) \left[\frac{(1-g)U}{2\lambda} \right] + \begin{cases} \frac{g(\lambda^{**} - \lambda^*)}{\lambda} |x| \\ \text{für } -(1-g)U \leq x \leq 0 \\ \frac{(1-g)(\lambda^{**} - \lambda^*)}{\lambda} |x| \\ \text{für } 0 \leq x \leq gU \end{cases}$$

Bemerkung: Setzt man $\lambda^* = \lambda^{**} = \lambda$, so geht der Ausdruck für die Wartezeit in die ursprüngliche Formel über (Satz (II 13)).

Eine bildliche Darstellung der Funktion findet sich in Zeichnung (41 A).

Die Funktion zeigt eine starke Ähnlichkeit mit einer entsprechenden Wartezeiten-Kurve, die durch Simulation gewonnen wurde (BOESE-FELDT, EVERTS, PHILIPPS [4], Abb. 111).

BEWEIS

Der Beweis wird geführt an Hand von Zeichnung (35 A).

Es sei zunächst $x = 0$.

$$\begin{aligned} W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0) &= \frac{1}{\lambda U} \int_0^{\lambda U} [(1-g)U + 7 + 2n - a(n, x=0)] dn = \\ &= \frac{1}{\lambda U} \left[\int_0^{\lambda^*(1-g)U} [(1-g)U + 7 + 2n - \frac{n}{\lambda^*}] dn + \right. \\ &\quad \left. + \int_{\lambda^*(1-g)U}^{\lambda U} [(1-g)U + 7 + 2n - [(1-g)U + \frac{n - \lambda^*(1-g)U}{\lambda^{**}}]] dn \right] = \\ &= \frac{1}{\lambda U} \left[\int_0^{\lambda U} [(1-g)U + 7 + 2n] dn - \int_0^{\lambda^*(1-g)U} \frac{n}{\lambda^*} dn - \int_0^{\lambda^{**}gU} \frac{n}{\lambda^{**}} dn + \int_0^{\lambda^{**}gU} [(1-g)U + \frac{n}{\lambda^{**}}] dn \right] = \\ &= [(1-g)U + 7 + \lambda U] - \frac{U}{2\lambda} [\lambda^*(1-g)^2 + \lambda^{**}g(2-g)] = \\ &\quad \text{(unter Verwendung von } 7 + 2\lambda U = gU \text{ und } g\lambda^{**} = \lambda - (1-g)\lambda^*) \\ &= [U - \lambda U] - [U - \frac{gU}{2} - \frac{(1-g)\lambda^*U}{2\lambda}] = [\frac{U}{2} - \lambda U] - (\lambda - \lambda^*) [\frac{(1-g)U}{2\lambda}], \end{aligned}$$

wie behauptet.

Für $x \neq 0$ kommt noch eine punktierte oder schraffierte Parallelogramm-Fläche hinzu.

Minus-Bereich: $-(1-g)U \leq x \leq 0$

Die Fläche des punktierten Parallelogramms ist:

$$\left[\frac{|-x|}{\sin \alpha} \cdot \frac{gU}{\sin \beta} \cdot \sin(\alpha - \beta) \right].$$

Plus-Bereich: $0 \leq x \leq gU$

Die Fläche des schraffierten Parallelogramms ist:

$$\left[\frac{|+x|}{\sin \beta} \cdot \frac{(1-g)U}{\sin \alpha} \cdot \sin(\alpha - \beta) \right].$$

Nun ist aber

$$\begin{aligned} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} &= \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} = \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \beta} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \right) = \\ &= (\lambda^{**} - \lambda^*). \end{aligned}$$

Dividiert man noch die Ausdrücke für die Parallelogramm-Flächen durch λU , so erkennt man die Richtigkeit der Behauptung.

Damit ist Satz (III 6) bewiesen.

DIE ZAHL DER HALTE BEI KOORDINIERUNG

SATZ (III 7)

Es sei $V = U$, $h = g$ und $7+2\lambda V = hV$.

Dann ist die relative Zahl der Halte oder die Halte-Wahrscheinlichkeit gegeben durch:

$$P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x) = \left\{ \begin{array}{ll} \left[\frac{2(1-g)\lambda^*U + 3\lambda^*}{\lambda^*U(2-3\lambda^*)} \right] + \frac{2(\lambda^{**} - \lambda^*)gU}{\lambda^*U(2-3\lambda^*)} & \text{für } -(1-g)U \leq x \leq x_1 \\ \left[\frac{2(1-g)\lambda^*U + 3\lambda^{**}}{\lambda^*U(2-3\lambda^{**})} \right] + \frac{2(\lambda^{**} - \lambda^*)|x|}{\lambda^*U(2-3\lambda^{**})} & \text{für } x_1 \leq x \leq 0 \\ \left[\frac{2(1-g)\lambda^{**}U + 3\lambda^{**}}{\lambda^*U(2-3\lambda^{**})} \right] & \text{für } 0 \leq x \leq x_2 \\ \left[\frac{2(1-g)\lambda^*U + 3\lambda^*}{\lambda^*U(2-3\lambda^*)} \right] + \frac{2(\lambda^{**} - \lambda^*)|x|}{\lambda^*U(2-3\lambda^*)} & \text{für } x_2 \leq x \leq gU \end{array} \right\}$$

Dabei ist

$$x_1 := - \left(\frac{11 + \lambda^*U}{2 - 3\lambda^*} \right)$$

$$x_2 := gU - \left(\frac{11 + \lambda^*U}{2 - 3\lambda^{**}} \right).$$

Bemerkung:

Setzt man $\lambda^* = \lambda^{**} = \lambda$, so geht der Ausdruck für die Halte-Wahrscheinlichkeit in die ursprüngliche Formel über (Satz (II 9)).

Eine bildliche Darstellung der Funktion findet sich in Zeichnung (41 A).

BEWEIS

Der Beweis wird geführt an Hand von Zeichnung (35 A).

Es werden die Schnittpunkte der Wege $a(n, x)$ mit der Geraden

$(1-g)U - \frac{3}{2} + \frac{3}{2}n$ gesucht. Die Lage dieser Schnittpunkte ist von x abhängig.

Minus-Bereich: $-(1-g)U \leq x \leq 0$

Bei Veränderung von x im Minus-Bereich werden Geraden der Steigung $\frac{1}{\lambda^{**}}$ verschoben. Bei vorgegebenem $|x|$ geht eine solche Gerade durch den Punkt

$$(n, t) = (\lambda^*[(1-g)U - |x|], [(1-g)U - |x|]).$$

Ihre Gleichung ist also gegeben durch

$$t = \frac{n}{\lambda^{**}} + \left(1 - \frac{\lambda^*}{\lambda^{**}}\right)[(1-g)U - |x|].$$

Es werden die Schnittpunkte dieser Geraden mit der Geraden

$t = (1-g)U + \frac{3}{2} + \frac{3}{n}$ benötigt. Diese Schnittpunkte seien mit $(m^{**}(x), t)$ bezeichnet. Es sind nur die Werte $m^{**}(x)$ von Bedeutung. Man findet sie aus der Bedingung

$$\frac{m^{**}(x)}{\lambda^{**}} + (1 - \frac{\lambda^*}{\lambda^{**}}) [(1-g)U - |x|] = (1-g)U + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} m^{**}(x)$$

und erhält:

$$m^{**}(x) = \left[\frac{2(1-g)\lambda^*U + 3\lambda^{**}}{(2-3\lambda^{**})} \right] + \frac{2(\lambda^{**} - \lambda^*)|x|}{(2-3\lambda^{**})} \quad \text{für } -(1-g)U \leq x \leq 0.$$

Die Sterne bei $m^{**}(x)$ weisen auf die Steigung der "zugehörigen" verschobenen Geraden hin.

Plus-Bereich: $0 \leq x \leq gU$

Bei Veränderung von x im Plus-Bereich werden Geraden der Steigung $\frac{1}{\lambda^*}$ verschoben. Bei vorgegebenem $|x|$ geht eine solche Gerade durch den Punkt

$$(n, t) = (\lambda^{**}|x|, |x|).$$

Ihre Gleichung ist also gegeben durch

$$t = \frac{n}{\lambda^*} + (1 - \frac{\lambda^{**}}{\lambda^*})|x|.$$

Es werden die Schnittpunkte dieser Geraden mit der Geraden $t = (1-g)U + \frac{3}{2} + \frac{3}{2}n$ benötigt. Diese Schnittpunkte seien mit $(m^*(x), t)$ bezeichnet. Es sind nur die Werte $m^*(x)$ von Bedeutung. Man findet sie aus der Bedingung

$$\frac{m^*(x)}{\lambda^*} + (1 - \frac{\lambda^{**}}{\lambda^*})|x| = (1-g)U + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} m^*(x)$$

und erhält

$$m^*(x) = \left[\frac{2(1-g)\lambda^*U + 3\lambda^*}{(2-3\lambda^*)} \right] + \frac{2(\lambda^{**} - \lambda^*)|x|}{(2-3\lambda^*)} \quad \text{für } 0 \leq x \leq gU.$$

Der Stern bei $m^*(x)$ weist auf die Steigung der "zugehörigen" verschobenen Geraden hin.

Der Bereich, in dem sich die Zahl der Halte bewegt, wird begrenzt durch die Werte

$$m^{**}(x=0) \quad \text{und} \quad m^*(x=gU),$$

Es ist offenbar $m^{**}(0) \leq n_H(x) \leq m^*(gU)$.

Es sind die Grünzeitverschiebungen x zu bestimmen, mit denen diese Grenzwerte erreicht werden.

Minus-Bereich:

Für welches x_1 mit $-(1-g)U \leq x_1 \leq 0$ ist die Bedingung $m^{**}(x_1) = m^*(gU)$ erfüllt?

Diese Bedingung wird erfüllt durch genau ein x_1 , nämlich durch

$$|x_1| = \frac{11+\lambda U}{(2-3\lambda^*)}.$$

Die Berechnung von x_1 ist etwas mühsam, aber einfach. Es sind die Voraussetzungen $7+2\lambda U = gU$ und $\lambda = (1-g)\lambda^*+g\lambda^{**}$ zu verwenden.

Plus-Bereich:

Für welches x_2 mit $0 \leq x_2 \leq gU$ ist die Bedingung $m^*(x_2) = m^{**}(0)$ erfüllt?

Diese Bedingung wird erfüllt durch genau ein x_2 , nämlich durch

$$|x_2| = gU - \frac{11+\lambda U}{(2-3\lambda^{**})}.$$

Fügt man diese Ergebnisse zusammen, so erhält man:

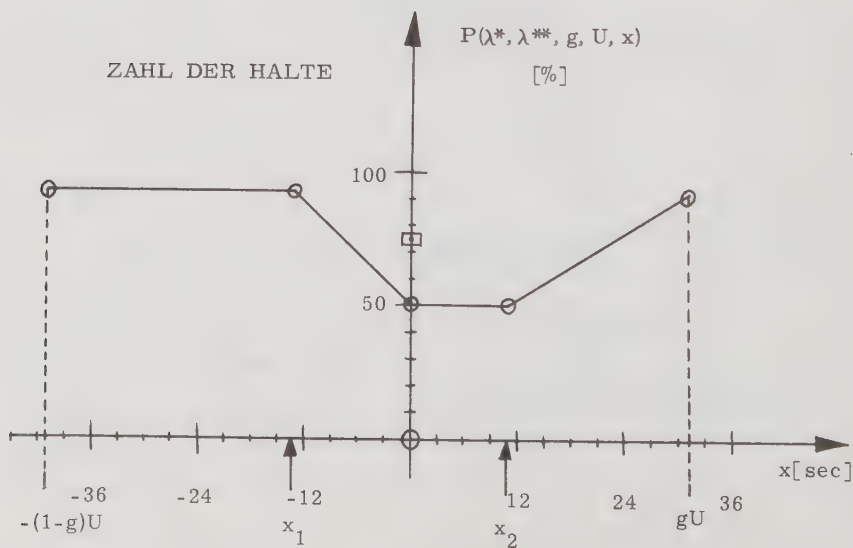
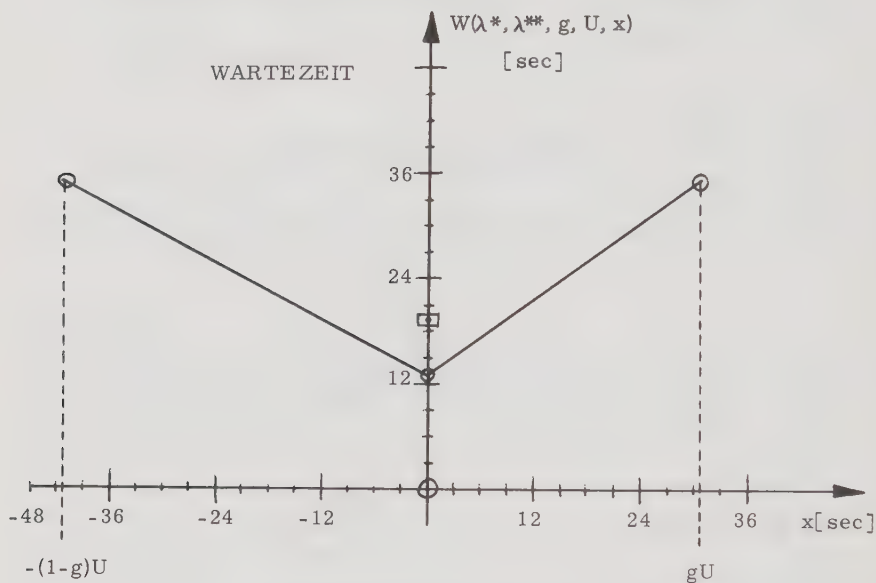
$$P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{m^*(gU)}{\lambda U} & \text{für } -(1-g)U \leq x \leq x_1 \\ \frac{m^{**}(x)}{\lambda U} & \text{für } x_1 \leq x \leq 0 \\ \frac{m^{**}(0)}{\lambda U} & \text{für } 0 \leq x \leq x_2 \\ \frac{m^*(x)}{\lambda U} & \text{für } x_2 \leq x \leq gU \end{array} \right\}$$

Damit ist Satz (III 7) bewiesen.

ZEICHNUNG (41 A)

$$U = 72[\text{sec}], \quad g = \frac{31}{72}, \quad \lambda = \frac{1}{6} \hat{=} 600\left[\frac{\text{Kfz}}{\text{h}}\right], \quad \lambda^* = \frac{3}{41}, \quad \lambda^{**} = \frac{9}{31};$$

x = Grünzeitverschiebung



(III § 2) WARTEZEIT UND ZAHL DER HALTE BEI NICHT-KOORDINIERUNG

Es werden zwei benachbarte Kreuzungen betrachtet. Sie wurden zu Beginn dieses Abschnittes eingeführt.

Es wird der Verkehrsstrom betrachtet, der von der Nord-Kreuzung aus nach Süden fließt.

Es wird gefragt, welche Wartezeit und Zahl der Halte dieser Verkehrsstrom vor der Süd-Kreuzung erleidet.

Es wird vorausgesetzt:

$$U \neq V$$

$$\lambda = (1-g)\lambda^* + g\lambda^{**} \text{ und } 0 < \lambda^* \leq \lambda \leq \lambda^{**}$$

$$7 + 2\lambda V = hV \quad (\text{Kapazitätsbedingung})$$

$$0 \leq n \leq \lambda U$$

$$0 \leq t \leq U$$

Gesucht ist das ANKUNFT-Gesetz für eine Periode V der Süd-Kreuzung. Das ANKUNFT-Gesetz ist von x abhängig. Es wurde mit $a(n, x)$ bezeichnet.

Wegen $U \neq V$ liegt eine neue Situation vor. Die Grünzeitverschiebung x wechselt im Zeitablauf.

Zur Beschreibung der neuen Lage wird die Umkehrung des ANKUNFT-Gesetzes $a(n, x)$ gebraucht.

Die Schaltung (h, V) bleibe zunächst außer Betracht. Wie in (III § 1) erläutert, wurde das ANKUNFT-Gesetz $a(n, x)$ unabhängig von einer Schaltung (h, V) definiert.

Es sei x gegeben. Die Fahrzeuge, die an der Süd-Kreuzung eintreffen, werden so numeriert, daß Fahrzeug $(n = 0)$ zum Zeitpunkt $t = 0$ ankommt. Fahrzeug (n) kommt dann zum Zeitpunkt $t = a(n, x)$ an der Süd-Kreuzung an. Insbesondere kommt Fahrzeug $(n = \lambda U)$ zum Zeitpunkt $t = U$ an.

DEFINITION (III 8)

Es sei $0 \leq n \leq \lambda U$ und $0 \leq t \leq U$.

Bei festem x ist $t = a(n, x)$ eine streng monoton wachsende Funktion von n . Es existiert die Umkehrfunktion. Sie sei mit $n = n(t, x)$ bezeichnet. $n(t, x)$ gibt an, wieviele Fahrzeuge im Zeitintervall $[0, t]$ ankommen.

Der Zusammenhang zwischen $a(n, x)$ und $n(t, x)$ ist umkehrbar eindeutig. Eine Beschreibung des ANKUNFT-Gesetzes für die Süd-Kreuzung durch $a(n, x)$ oder durch $n(t, x)$ ist gleichwertig.

Nun sei eine Schaltung (h, V) an der Süd-Kreuzung gegeben mit $V \neq U$. Es seien V und U ganzzahlige Größen. Es sei d der größte gemeinsame Teiler, es sei e das kleinste gemeinsame Vielfache von U und V .

Zum Zeitpunkt t beginne eine beliebige Periode V . Zum gleichen oder zu einem späteren Zeitpunkt beginnt die nächste Periode U . Diese beiden herausgegriffenen Perioden U und V haben also eine bestimmte zeitliche "Stellung" zueinander. Im gesamten Zeitablauf gibt es genau $(\frac{U}{d})$ verschiedene derartige "Stellungen". Jede dieser "Stellungen" wiederholt sich genau alle (e) Sekunden.

Es sei eine beliebige Periode V herausgegriffen. Das für diese Periode V gültige ANKUNFT-Gesetz hängt von der "Stellung" ab. Offenbar entspricht jede "Stellung" genau einem x -Wert.

Nach wie vor kann x Werte zwischen $-(1-g)U$ und gU annehmen. Offenbar nimmt x nacheinander $(\frac{U}{d})$ verschiedene Werte an. Genau alle (e) Sekunden wiederholt sich ein x -Wert. Jeder dieser x -Werte kommt also "gleich oft" vor. Diese x -Werte sind "gleichmäßig" über das Intervall $[-(1-g)U, gU]$ verteilt. Der Abstand benachbarter x -Werte beträgt $d[\text{sec}]$.

Sind nun U und V teilerfremd, also $d = 1$, so nimmt x genau (U) Werte an, jeden mit der gleichen "Häufigkeit" $(\frac{1}{U})$.

Diese Gedanken legen die Übertragung wahrscheinlichkeitstheoretischer Begriffe nahe.

Näherungs-Beschreibung:

Es kommen alle möglichen Werte x zwischen $-(1-g)U$ und (gU) vor. Jede Grünzeitverschiebung x tritt mit der gleichen Häufigkeit $(\frac{1}{U})$ auf, ist also gleich-"wahrscheinlich".

Diese Näherungs-Beschreibung ist umso genauer, je mehr x -Werte auftreten. Es können sehr viele x -Werte auftreten, wenn U und V nicht-ganzzahlig sind oder wenn sich durch verkehrsabhängige Signalprogramm-Bildung sogar V ändert.

Diese Überlegungen werden zusammengefaßt.

DEFINITION (III 9)

Im Falle der Nicht-Koordinierung gilt für das Auftreten der Grünzeitverschiebung x das Verteilungsgesetz mit der Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{U} & \text{für } -(1-g)U \leq x \leq gU \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

Es sei $0 \leq t \leq U$. Dann kommen im Zeitintervall $[0, t]$ bis zum Zeitpunkt t im Mittel

$$\int_{-(1-g)U}^{gU} n(t, x) \cdot f(x) dx \quad \text{Fahrzeuge an.}$$

Dieses Integral ist eine streng monoton wachsende Funktion von t . Es ist die Umkehrung eines ANKUNFT-Gesetzes. Um dieses ANKUNFT-Gesetz zu gewinnen, ist das Integral umzukehren. Was dabei herauskommt, ist das ANKUNFT-Gesetz für die Süd-Kreuzung bei wechselnder Grünzeitverschiebung x .

Führt man das durch, so findet man:

$$\int_{-(1-g)U}^{gU} n(t, x) \cdot f(x) dx = \lambda t$$

und die Umkehrung $t = \frac{n}{\lambda} = a(n)$.

Man gewinnt also das ursprüngliche ANKUNFT-Gesetz aus Abschnitt (I) zurück.

Dann liegt als Ergebnis vor:

Im Falle $V \neq U$, also im Falle der Nicht-Koordinierung, sind zur Erfassung der Wartezeit und der Zahl der Halte die Formeln aus Abschnitt (II) heranzuziehen.

Der formalen Begründung dieser Behauptung dient der folgende

SATZ (III 10)

Es sei $0 \leq t \leq U$. Dann gilt

$$\int_{-(1-g)U}^{gU} n(t, x) \cdot \frac{1}{U} dx = \lambda t.$$

BEWEIS

Zur Veranschaulichung kann wieder Zeichnung (35 A) herangezogen werden. Die Integrationsvariable ist nun x . Im Beweis wird nur der Fall $gU \leq (1-g)U$ dargestellt. Im anderen Falle wird der Beweis genauso geführt.

Die allgemeine Umkehrfunktion des ANKUNFT-Gesetzes $a(n, x)$ ist:

Minus-Bereich: $-(1-g)U \leq x \leq 0$

$$n(t, x) = \left\{ \begin{array}{ll} \lambda * t & \text{für } -(1-g)U + t \leq x \\ \lambda * t + (\lambda * -\lambda *)[-(1-g)U + |x|] & \text{für } -(U+t) \leq x \leq -(1-g)U + t \\ \lambda U - \lambda * U + \lambda * t & \text{für } x \leq -(U+t) \end{array} \right\}$$

Plus-Bereich: $0 \leq x \leq gU$

$$n(t, x) = \left\{ \begin{array}{ll} \lambda * t & \text{für } t \leq x \\ \lambda * t + (\lambda * -\lambda *)x & \text{für } -(1-g)U + t \leq x \leq t \\ \lambda * t - (\lambda * -\lambda *) (1-g)U & \text{für } x \leq -(1-g)U + t \end{array} \right\}$$

Bemerkung:

Setzt man $\lambda^* = \lambda^{**} = \lambda$, so ist $n(t, x) = \lambda t$.

Je nach dem Wert von t , der gewählt wird, fallen zwei Zeilen davon weg. Das überlegt man sich durch Betrachtung der Ungleichungen.

(1. Schritt) Es sei $0 \leq t \leq gU$.

Dann erhält man sofort:

$$n(t, x) = \left\{ \begin{array}{ll} \lambda^{**} t - (\lambda^{**} - \lambda^*)[(1-g)U+x] & \text{für } -(1-g)U \leq x \leq -(1-g)U+t \\ \lambda^* t & \text{für } -(1-g)U+t \leq x \leq 0 \\ \lambda^* t + (\lambda^{**} - \lambda^*)x & \text{für } 0 \leq x \leq t \\ \lambda^{**} t & \text{für } t \leq x \leq gU \end{array} \right\}$$

Dies ist eine stetige stückweise lineare Funktion von x . Setzt man die Funktion ein, so erhält man:

$$\int_{-(1-g)U}^{gU} n(t, x) \cdot \frac{1}{U} dx = \frac{1}{U} \cdot \left[\int_{-(1-g)U}^{-(1-g)U+t} [\lambda^{**} t - (\lambda^{**} - \lambda^*)((1-g)U+x)] dx + \int_{-(1-g)U+t}^0 \lambda^* t dx + \int_0^t [\lambda^* t + (\lambda^{**} - \lambda^*)x] dx + \int_t^{gU} \lambda^{**} t dx \right] = \lambda t.$$

Die Berechnung des Integrals erfolgt nach einfachen Regeln. Die Rechnung ist langwierig. Sie wird hier nicht dargestellt.

(2. Schritt) Es sei $gU \leq t \leq (1-g)U$.

Dann erhält man sofort:

$$n(t, x) = \left\{ \begin{array}{ll} \lambda U - \lambda^* U + \lambda^* t & \text{für } -(1-g)U \leq x \leq (-U+t) \\ \lambda^{**} t - (\lambda^{**} - \lambda^*)((1-g)U+x) & \text{für } (-U+t) \leq x \leq -(1-g)U+t \\ \lambda^* t & \text{für } -(1-g)U+t \leq x \leq 0 \\ \lambda^* t + (\lambda^{**} - \lambda^*)x & \text{für } 0 \leq x \leq gU \end{array} \right\}$$

Auch in diesem Falle stellt man fest:

$$\int_{-(1-g)U}^{gU} n(t, x) \cdot \frac{1}{U} dx = \lambda t.$$

(3. Schritt) Es sei $(1-g)U \leq t \leq U$

Dann erhält man sofort:

$$n(t, x) = \left\{ \begin{array}{ll} \lambda U - \lambda * U + \lambda * t & \text{für } -(1-g)U \leq x \leq (-U+t) \\ \lambda ** t - (\lambda ** - \lambda *) [(1-g)U + x] & \text{für } (-U+t) \leq x \leq 0 \\ \lambda ** t - (\lambda ** - \lambda *) (1-g)U & \text{für } 0 \leq x \leq -(1-g)U + t \\ \lambda * t + (\lambda ** - \lambda *) x & \text{für } -(1-g)U + t \leq x \leq gU \end{array} \right\}$$

Auch in diesem Falle stellt man fest:

$$\int_{-(1-g)U}^{gU} n(t, x) \cdot \frac{1}{U} dx = \lambda t.$$

Damit ist Satz (III 10) bewiesen.

Mit den hier bereitgestellten Instrumenten kann man Wartezeit und Zahl der Halte erfassen im Falle der Koordinierung und im Falle der Nicht-Koordinierung.

Nun ist die gestellte Frage zu beantworten, ob Koordinierung oder Nicht-Koordinierung vorteilhafter ist, ob also das "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" dem "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFE-ZEIT" an jeder Einzel-Kreuzung überlegen ist oder nicht.

Beurteilungsmaßstab sind Wartezeit und Zahl der Halte.

(IV) DER HAUPTSATZ ÜBER GRÜNE WELLEN

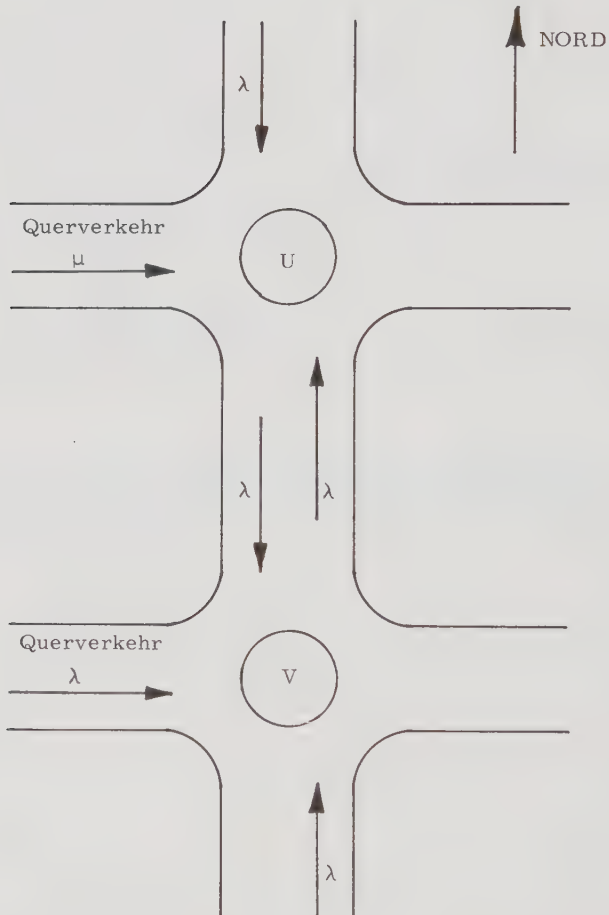
Um zu beurteilen, ob das PRINZIP DER GRÜNEN WELLE dem PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT an jeder Einzel-Kreuzung überlegen ist oder nicht, ist eine typische Situation zu betrachten, die in Stadtnetzen häufig vorkommt. Nach beiden verschiedenen Prinzipien ist dann die Signalschaltung vorzunehmen. Die beiden Ergebnisse sind zu vergleichen. Dasjenige Prinzip, welches das bessere Ergebnis liefert, ist das überlegene Prinzip.

Es werden zwei benachbarte Kreuzungen mit ungleicher Verkehrsbelastung betrachtet. Berücksichtigt werden mehrere Zufahrten. Die Verkehrsstärken seien μ und λ . Es sei $\mu > \lambda$. Die Nord-Kreuzung hat stärkeren Verkehr zu bewältigen als die Süd-Kreuzung.

Auf der Nord-Süd-Straße sei die Verkehrsstärke in beiden Richtungen mit λ gegeben.

Um die Kapazitätsbedingungen zu erfüllen, ist an der Nord-Kreuzung eine größere Umlaufzeit erforderlich als an der Süd-Kreuzung (Satz (II 5)).

Eine solche Situation tritt in Stadtnetzen häufig auf.



Es wird vorausgesetzt:

An der Nord-Kreuzung sei eine zulässige Schaltung (g, U) gegeben.
Sie bleibt im folgenden fest.

$$7 + 2\lambda U = gU \quad (\text{Kapazitätsbedingung})$$

$$\lambda = (1-g)\lambda^* + g\lambda^{**}$$

Für die Süd-Kreuzung bestehen verschiedene Möglichkeiten.

Nach dem PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUF ZEIT ist an der Süd-Kreuzung die Schaltung mit der kleinsten zulässigen Umlaufzeit zu wählen. Nach Satz (II 5) ist das die Schaltung ($h_o = \frac{1}{2}$, $V_o = \frac{14}{1-4\lambda}$). Dann ist wegen $\mu > \lambda$ sicherlich $U > V_o$, und eine Koordinierung ist nicht möglich.

Nach dem PRINZIP DER GRÜNEN WELLE ist an der Süd-Kreuzung ebenfalls die Umlaufzeit U , insbesondere die Schaltung (g, U) zu wählen und eine Koordinierung mit günstiger Grünzeitverschiebung x vorzunehmen.

Die Frage lautet:

Nach welchem Prinzip ist die Schaltung an der Süd-Kreuzung durchzuführen?

Es sind für beide Fälle Wartezeit und Zahl der Halte zu bestimmen und miteinander zu vergleichen.

Für einen Vergleich kommt die Verbindungsstrecke zwischen beiden Kreuzungen in Betracht, und auf dieser Strecke der Verkehr in beiden Richtungen.

Schaltung nach dem PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUF ZEIT

Für die Süd-Kreuzung wird (h_o, V_o) gewählt. Nach Satz (III 10) sind die Funktionen aus Abschnitt (II) heranzuziehen.

Die durchschnittliche Wartezeit ist:

Für den Nord→Süd-Verkehr	$W(\lambda, h_o, V_o)$
Für den Süd→Nord-Verkehr	$W(\lambda, g, U)$

Die Halte-Wahrscheinlichkeit ist:

Für den Nord→Süd-Verkehr	$P(\lambda, h_o, V_o)$
Für den Süd→Nord-Verkehr	$P(\lambda, g, U)$

Es ist ein Durchschnitt über beide Verkehrsrichtungen zu bilden. Dazu ist eine gemeinsame Zeitbasis nötig. Eine gemeinsame Zeitbasis ist das kleinste gemeinsame Vielfache von U und V. Es war mit e bezeichnet.

Die durchschnittliche Wartezeit beider Fahrtrichtungen, bezogen auf e [sec], ist

$$\frac{W(\lambda, h_o, V_o) \cdot \lambda V_o \cdot \frac{e}{V_o} + W(\lambda, g, U) \cdot \lambda U \cdot \frac{e}{U}}{2\lambda e} = \frac{1}{2} [W(\lambda, h_o, V_o) + W(\lambda, g, U)]$$

Entsprechend ist die durchschnittliche Haltewahrscheinlichkeit beider Fahrtrichtungen

$$\frac{P(\lambda, h_o, V_o) \cdot \lambda V_o \cdot \frac{e}{V_o} + P(\lambda, g, U) \cdot \lambda U \cdot \frac{e}{U}}{2\lambda e} = \frac{1}{2} [P(\lambda, h_o, V_o) + P(\lambda, g, U)].$$

Schaltung nach dem PRINZIP DER GRÜNEN WELLE

Für die Süd-Kreuzung wird ebenfalls die Schaltung (g, U) gewählt. Es sind die Funktionen aus Satz (III 6) und Satz (III 7) zu verwenden. Sie sind abgebildet in Zeichnung (41 A).

Das Minimum sowohl der Wartezeit als auch der Zahl der Halte liegt bei der Grünzeitverschiebung $x = 0$.

Es wird hier angenommen, daß die Grünzeitverschiebung $x = 0$ für beide Richtungen erreichbar ist. Wie man das erreicht, läßt sich aus Zeichnung (59A) ablesen. Einzelheiten werden in Abschnitt (V) besprochen. Die Annahme $x = 0$ in diesem Zusammenhang ist sinnvoll. Hier ist ja die prinzipielle Frage gestellt:

Ist es überhaupt möglich, mit Koordinierung einen Vorteil zu erzielen gegenüber (h_o, V_o) ?

Erst dann ist die Suche nach Koordinierungs-Verfahren begründet.

Hier ist die durchschnittliche Wartezeit beider Fahrtrichtungen

$$\frac{1}{2} [W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0) + W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0)].$$

Entsprechend ist die durchschnittliche Haltewahrscheinlichkeit beider Fahrtrichtungen

$$\frac{1}{2} [P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0) + P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0)] .$$

Diese Größen sind miteinander zu vergleichen.

Es wird zunächst ein Beispiel betrachtet. Das Beispiel führt zu einer Vermutung, die dann allgemeiner bewiesen wird.

BEISPIEL: Zeichnung (41A), Zeichnung(59A) und Skizze auf Seite (49)

Es sei $U = 72 [\text{sec}]$

$$g = \frac{31}{72}$$

$$\mu = \frac{17}{72}, \quad \lambda = \frac{1}{6} \hat{=} 600 \left[\frac{\text{Kfz}}{h} \right], \quad \lambda^* = \frac{3}{41}, \quad \lambda^{**} = \frac{9}{31} .$$

Es ist

$$7 + 2\lambda U = gU$$

$$7 + 2\lambda V_o = \frac{1}{2} V_o .$$

Schaltung nach dem PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT

Für die Süd-Kreuzung wird Schaltung

$$(h_o = \frac{1}{2}, \quad V_o = 42 [\text{sec}])$$

verwendet.

$$\frac{1}{2} [W(\lambda, h_o, V_o) + W(\lambda, g, U)] = \frac{1}{2} [14 + 24] = 19 [\text{sec}]$$

$$\frac{1}{2} [P(\lambda, h_o, V_o) + P(\lambda, g, U)] = \frac{1}{2} [0, 71 + 0, 79] = 75 [\%] .$$

Schaltung nach dem PRINZIP DER GRÜNEN WELLE

$$\frac{1}{2} [2 \cdot W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0)] = 12, 5 [\text{sec}]$$

$$\frac{1}{2} [2 \cdot P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0)] = 51 [\%] .$$

Man sieht, daß sich in diesem Beispiel durch Koordinierung ein bedeutender Vorteil gegenüber (h_o, V_o) erzielen läßt. Sowohl Warte-

zeit als auch Zahl der Halte werden um etwa 30% gesenkt. Man sieht aber auch, daß im Falle der Schaltung (h_o, V_o) der Verkehr vor der Süd-Kreuzung geringe Wartezeiten erleidet.

Aus Zeichnung (41 A) liest man ab, daß Koordinierung selbst dann noch einen Vorteil erbringen kann, wenn die Grünzeitverschiebung x von Null abweicht.

Das Beispiel legt die Vermutung nahe, daß das PRINZIP DER GRÜNEN WELLE mehr Vorteile bringt als das PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT. Das soll nun in größerer Allgemeinheit bewiesen werden. Es werden zwar einschränkende Voraussetzungen getroffen. Sie sind aber keineswegs einschneidend. So bleibt die Allgemeinheit der Aussagen im wesentlichen erhalten.

(IV § 1) DER HAUPTSATZ FÜR DIE WARTEZEIT

Es sei die Situation zugrunde gelegt, wie sie in diesem Abschnitt (IV) dargelegt wurde. Berücksichtigt werden jetzt die Verkehrsströme auf der Verbindungsstrecke zweier Kreuzungen. Es gilt der

HAUPTSATZ FÜR DIE WARTEZEIT (IV 1)

1. Bei gegebener gleicher Schaltung (g, U) an zwei benachbarten Kreuzungen minimiert das "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" die Wartezeit:

$$\min_x [W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x)] = W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0).$$

2. Es seien zwei Kreuzungen mit ungleicher Verkehrsbelastung gegeben. Dann erreicht man durch Schaltung nach dem PRINZIP DER GRÜNEN WELLE kürzere Wartezeiten als durch Schaltung nach dem "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT" an jeder Einzel-Kreuzung":

$$W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0) < \frac{1}{2} [W(\lambda, h_o, V_o) + W(\lambda, g, U)].$$

BEWEIS

Teil (1.): Daß $W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x)$ als Funktion von x ihr Minimum bei $x = 0$ annimmt, ist nach Satz (III 6) und Zeichnung (41 A) unmittelbar ersichtlich.

Teil (2.): An formalen Voraussetzungen wird verwendet:

$$\begin{aligned} 7+2\lambda U &= gU \quad (\text{Kapazitätsbedingung}) \\ \lambda^* &\leq \frac{\lambda}{2}. \end{aligned}$$

Die Voraussetzung $\lambda^* \leq \frac{\lambda}{2}$ ist für den Beweis zweckmäßig, aber nicht zwingend notwendig. Sie besagt, daß an jeder Kreuzung aus einem Verkehrsstrom höchstens 50% aller Fahrzeuge abbiegen. Diese Voraussetzung ist wirklichkeitsnah und meistens erfüllt.

Es sind die Sätze (II 13) und (III 6) heranzuziehen. Es ist

$$h_o = \frac{1}{2}, \quad V_o = \frac{14}{1-4\lambda}.$$

Also ist

$$W(\lambda, h_o, V_o) = \frac{V_o}{2} - \lambda V_o = \frac{7(1-2\lambda)}{(1-4\lambda)}.$$

Zum Beweis des Hauptsatzes, Teil (2.) ist zu zeigen:

$$\left[\frac{U}{2} - \lambda U \right] - (\lambda - \lambda^*) \frac{(1-g)U}{2\lambda} < \frac{1}{2} \left[\frac{7(1-2\lambda)}{(1-4\lambda)} + \left(\frac{U}{2} - \lambda U \right) \right].$$

Mit der Voraussetzung $\lambda^* \leq \frac{\lambda}{2}$ und natürlich $\lambda < \frac{1}{4}$ gilt offensichtlich:

$$0 < \frac{14\lambda}{1-4\lambda} + \left(\frac{U}{2} - \lambda U \right) \left(1 - \frac{2\lambda^*}{\lambda} \right) + \frac{7\lambda^*}{\lambda}.$$

Man sieht, daß die Voraussetzung $\lambda^* \leq \frac{\lambda}{2}$ zweckmäßig, aber nicht notwendig ist.

Aus der letzten Ungleichung folgt weiter:

$$0 < \frac{7(1-2\lambda)}{1-4\lambda} - \frac{7(1-4\lambda)}{1-4\lambda} + \left(\frac{U}{2} - \lambda U\right) - \frac{\lambda^*}{\lambda} (U - 7 - 2\lambda U).$$

Faßt man die Ausdrücke zusammen, so erhält man:

$$0 < \frac{7(1-2\lambda)}{1-4\lambda} + \left(1 - \frac{\lambda^*}{\lambda}\right)(U - 7 - 2\lambda U) - \left(\frac{U}{2} - \lambda U\right).$$

Nun setzt man $7 + 2\lambda U = gU$ ein und addiert auf beiden Seiten $2\left(\frac{U}{2} - \lambda U\right)$. Es folgt:

$$2\left(\frac{U}{2} - \lambda U\right) < \frac{7(1-2\lambda)}{1-4\lambda} + \left(\frac{\lambda - \lambda^*}{\lambda}\right)(1-g)U + \left(\frac{U}{2} - \lambda U\right).$$

Man dividiert die Ungleichung durch 2 und erhält:

$$\left(\frac{U}{2} - \lambda U\right) - (\lambda - \lambda^*) \frac{(1-g)U}{2\lambda} < \frac{1}{2} \left[\frac{7(1-2\lambda)}{1-4\lambda} + \left(\frac{U}{2} - \lambda U\right) \right].$$

Damit ist Hauptsatz (IV 1) bewiesen.

(IV § 2) DER HAUPTSATZ FÜR DIE ZAHL DER HALTE

Es sei die Situation zugrunde gelegt, wie sie in diesem Abschnitt (IV) dargelegt wurde. Berücksichtigt werden die Verkehrsströme auf der Verbindungsstrecke zweier Kreuzungen.

Es gilt der

HAUPTSATZ FÜR DIE ZAHL DER HALTE (IV 2)

1. Bei gegebener gleicher Schaltung (g, U) an zwei benachbarten Kreuzungen minimiert das "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" die Zahl der Halte:

$$\min_x [P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x)] = P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0).$$

2. Es seien zwei Kreuzungen mit ungleicher Verkehrsbelastung gegeben. Dann erreicht man durch Schaltung nach dem PRINZIP DER GRÜNEN WELLE eine geringere Zahl der Halte als durch Schaltung nach dem "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT" an jeder Einzel-Kreuzung":

$$P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0) < \frac{1}{2} [P(\lambda, h_o, V_o) + P(\lambda, g, U)] .$$

BEWEIS

Teil (1.): Daß $P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x)$ als Funktion von x ihr Minimum bei $x=0$ annimmt, ist nach Satz (III 7) und Zeichnung (41 A) unmittelbar ersichtlich.

Teil (2.): An formalen Voraussetzungen wird verwendet:

$$\begin{aligned} V_o < U, \quad \lambda^* &\leq \frac{1}{2} \\ \left. \begin{aligned} 7+2\lambda U &= gU \\ 7+2\lambda V_o &= \frac{1}{2} V_o \end{aligned} \right\} & \text{(Kapazitätsbedingungen)} \\ g &\geq \frac{31}{84} = 0,37 \\ \frac{84g-31}{126g-33} &> \lambda. \end{aligned}$$

Die beiden letzten Voraussetzungen verlangen, daß bei großer Verkehrsstärke λ der Grünzeitanteil g nicht "zu klein" sein sollte. Diese Voraussetzungen sind meistens erfüllt. $(\frac{84g-31}{126g-33})$ ist eine streng monoton wachsende Funktion von g .

Behauptung (1.): Es gilt $g \leq \frac{1}{2}$ und $\frac{3\lambda}{2} \leq \lambda^{**}$.

Beweis (1.): Aus $V_o < U$ und den beiden Kapazitätsbedingungen folgt $g \leq \frac{1}{2}$.

Aus der Definition $\lambda = (1-g)\lambda^* + g\lambda^{**}$ und der Voraussetzung $\lambda^* \leq \frac{\lambda}{2}$ folgt mit Hilfe von $g \leq \frac{1}{2}$ sofort $\frac{3\lambda}{2} \leq \lambda^{**}$.

Behauptung (2.): Im vorliegenden Falle gilt

$$P(\lambda, h_o, V_o) = \min[P(\lambda, h_o, V_o), P(\lambda, g, U)].$$

Beweis (2.) Behauptung (2.) ist gleichbedeutend mit der Ungleichung

$$\frac{1}{2-3\lambda} + \frac{3(1-4\lambda)}{14(2-3\lambda)} \leq \frac{2(1-g)}{2-3\lambda} + \frac{3}{(2-3\lambda)U}.$$

Die Gültigkeit dieser Ungleichung ist nachzuweisen durch einfaches Ausrechnen mit Hilfe von $g \leq \frac{1}{2}$ und $7+2\lambda U = gU$. Es folgt Behauptung (2.).

Behauptung (3.) Es gilt

$$6(1-4\lambda)(\lambda^{**}-\lambda) < 14[\lambda(2-3\lambda^{**})-2(1-g)\lambda^*(2-3\lambda)].$$

Beweis (3.)

Mit Hilfe der Voraussetzung $\frac{84g-31}{126g-33} > \lambda$ und der Behauptung (1.) folgt: (man beachte $(-22+60\lambda) < 0$)

$$\begin{aligned} 0 < \lambda(84g-31-126g\lambda+33\lambda) &= \frac{3\lambda}{2}(56g-18\lambda-84g\lambda-6)+\lambda(-22+60\lambda) \leq \dots \\ &\leq \lambda^{**}(56g-18\lambda-84g\lambda-6)+\lambda(-22+60\lambda) = \dots \\ &= [14\lambda^{**}(4g-3\lambda-6g\lambda)+14\lambda(6\lambda-2)]-[6(1-4\lambda)(\lambda^{**}-\lambda)] = \\ &= 14[\lambda(2-3\lambda^{**})-2(\lambda-g\lambda^{**})(2-3\lambda)]-[6(1-4\lambda)(\lambda^{**}-\lambda)] = \\ &\quad (\text{mit } \lambda = (1-g)\lambda^*+g\lambda^{**}) \\ &= 14[\lambda(2-3\lambda^{**})-2(1-g)\lambda^*(2-3\lambda)]-[6(1-4\lambda)(\lambda^{**}-\lambda)]. \end{aligned}$$

Daraus folgt Behauptung (3.).

Behauptung (4.) Es gilt

$$\frac{3\lambda^{**}}{\lambda U(2-3\lambda^{**})} - \frac{3(1-4\lambda)}{14(2-3\lambda)} < \frac{1}{(2-3\lambda)} - \frac{2(1-g)\lambda^*}{\lambda(2-3\lambda^{**})}.$$

Beweis (4.)

$$\frac{3\lambda^{**}}{\lambda U(2-3\lambda^{**})} - \frac{3(1-4\lambda)}{14(2-3\lambda)} < \dots$$

$$(\text{wegen } \frac{14}{1-4\lambda} = V_O < U)$$

$$\dots < \frac{3\lambda^{**}(1-4\lambda)}{14\lambda(2-3\lambda^{**})} - \frac{3(1-4\lambda)}{14(2-3\lambda)} = \frac{6(1-4\lambda)(\lambda^{**}-\lambda)}{14\lambda(2-3\lambda^{**})(2-3\lambda)} < \dots$$

(mit Hilfe von Behauptung (3.))

$$< \frac{14[\lambda(2-3\lambda^{**}) - 2(1-g)\lambda^*(2-3\lambda)]}{14\lambda(2-3\lambda^{**})(2-3\lambda)} =$$

$$= \frac{1}{(2-3\lambda)} - \frac{2(1-g)\lambda^*}{\lambda(2-3\lambda^{**})}.$$

Daraus folgt Behauptung (4.).

Aus Behauptung (4.) folgt unmittelbar

$$P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0) < P(\lambda, h_O, V_O).$$

Daraus folgt mit Behauptung (2.):

$$P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x=0) < \min[P(\lambda, h_O, V_O), P(\lambda, g, U)] \leq \frac{1}{2}[P(\lambda, h_O, V_O) + P(\lambda, g, U)].$$

Damit ist Hauptsatz (IV 2) bewiesen.

Aus den Hauptsätzen gewinnt man das Ergebnis:

Das "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" ist dem "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT an jeder Einzel-Kreuzung" überlegen.

Das gilt in Bezug auf Wartezeit und Zahl der Halte.

(V) DAS STADTNETZ

Die beiden Hauptsätze haben gezeigt, daß von der Theorie her das "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" dem "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT an jeder Einzel-Kreuzung" überlegen ist.

Dieses theoretische Ergebnis muß in die Praxis übertragen werden. Dabei ergeben sich Probleme. Sie werden hier kurz umrissen.

In (V § 1) werden die Grundlagen für die Konstruktion Grüner Wellen für ein Stadtnetz dargestellt.

In (V § 2) wird aus der Theorie eine einfache Aussage hergeleitet, die für praktische Belange hilfreich ist: Satz (V 1) über die SIMULTAN-Schaltung).

In (V § 3) wird versucht, die Ergebnisse aus der Sicht der Praxis zu beurteilen.

Als Endergebnis wird festgestellt, auf welchem Wege die besten Lösungen für die Praxis zu erwarten sind.

(V § 1) DER SIGNAL-STADTFAHRPLAN

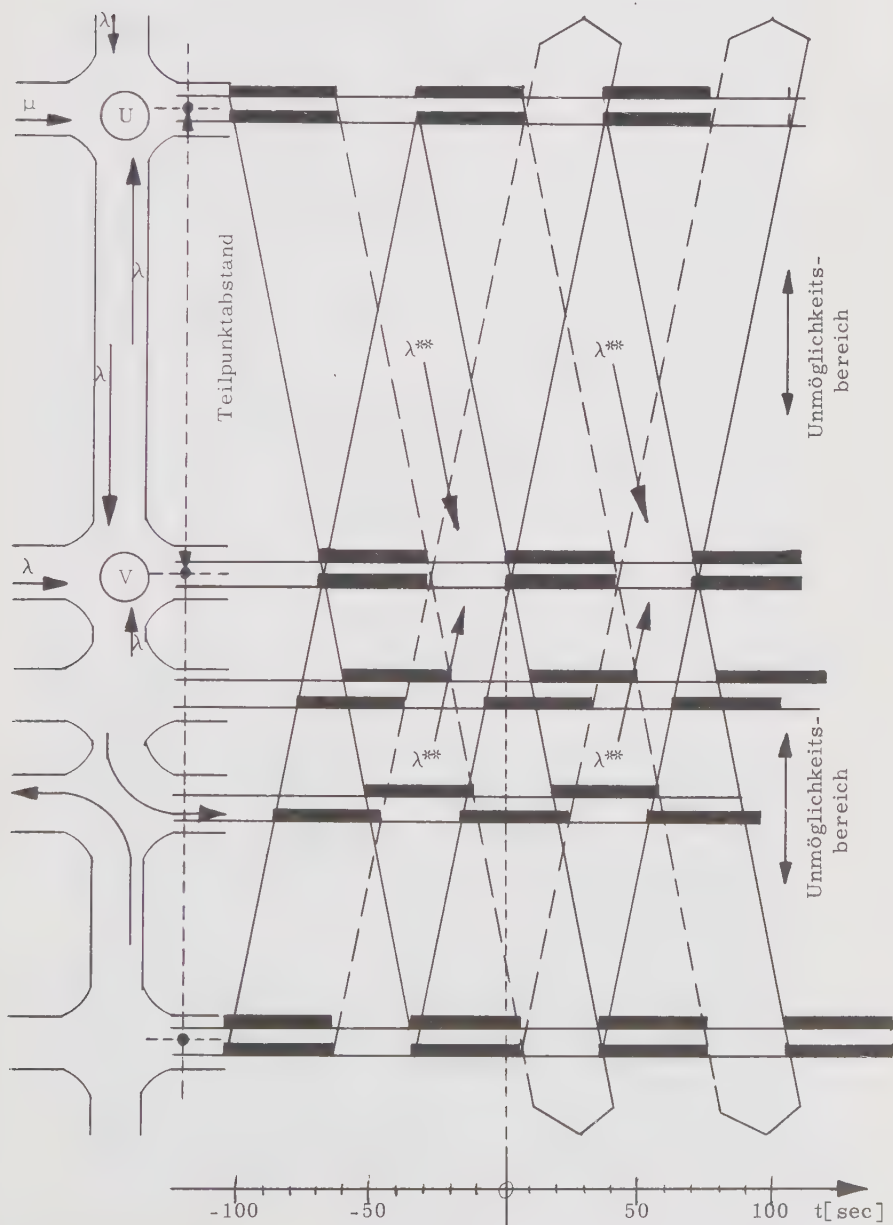
Auf Grund der Theorie ist es zweckmäßig, nach dem PRINZIP DER GRÜNEN WELLE Schaltungen für das Stadtnetz zu entwerfen. Ein derartiger Schaltplan bestimmt feste Umlaufzeiten und Grünzeitverschiebungen für alle Kreuzungen eines Stadtgebietes. Ein solcher Schaltplan führt die Bezeichnung "Signal-Stadtfahrplan".

Die Aufstellung eines Signal-Stadtfahrplans ist keineswegs ein leichtes Problem.

Die Grundgedanken der GRÜNEN WELLE sind aus Zeichnung (59A) zu entnehmen. Es ist eine besonders vorteilhafte Form der GRÜNEN

ZEICHNUNG (59 A)

GRÜNE WELLE (EINBAHNPROGRESSION IN ZWEIBAHNSTRASSEN)



$$U = 70[\text{sec}], \quad g = \frac{3}{7}, \quad v = 45\left[\frac{\text{km}}{\text{h}}\right] = 12,5\left[\frac{\text{m}}{\text{sec}}\right] \quad \text{Teilpunktabst.} = v \cdot \frac{U}{2} \approx 440[\text{m}]$$

WELLE dargestellt, die "EINBAHNPROGRESSION IN ZWEIBAHN-STRASSEN". Diese Spezialform geht auf VON STEIN zurück. Sie ermöglicht viel häufiger eine ideale Grünzeitverschiebung $x = 0$ als andere Formen der GRÜNEN WELLE. Außerdem bietet sie eine gute Lösung für das Abbieger-Problem.

GRUNDGEDANKEN DER "EINBAHNPROGRESSION IN ZWEI-BAHNSTRASSEN"

Ein Verkehrsstrom fahre in Richtung Nord-Süd. Für diesen Verkehrsstrom sind an jeder Kreuzung nur die an der Nord-Zufahrt aufgestellten Signale von Bedeutung.

Bei der Planung werden die beiden entgegengesetzten Fahrtrichtungen getrennt betrachtet und wie Einbahnstraßen koordiniert. Dabei werden nicht nur die Perioden an zwei benachbarten Kreuzungen gegeneinander verschoben. Es werden außerdem die Perioden an den Zufahrten ein und derselben Kreuzung gegeneinander verschoben.

An Zeichnung (59 A) liest man ab:

1. Alle Straßenquerschnitte, auf denen sich zwei entgegengesetzte Verkehrsströme der Stärke λ^{**} begegnen, heißen "Teilpunkte".
2. Liegt für beide Fahrtrichtungen die gleiche Geschwindigkeit v zugrunde, so haben zwei benachbarte Teilpunkte einen Abstand von $v \cdot \frac{U}{2}$ [m]. Der Teilpunktabstand ist die Strecke, die bei Koordinierungsgeschwindigkeit innerhalb einer halben Periode zurückgelegt wird.
3. Liegt ein Teilpunkt genau in einer Kreuzung, so beginnen dort in beiden Nord-Süd-Zufahrten die Signalperioden zur gleichen Zeit. Dadurch steht die volle Rotzeit für die Querrichtung zur Verfügung.
4. In der Mitte zwischen zwei Teilpunkten kommen zwei entgegengesetzte Verkehrsströme der Stärke λ^{**} nacheinander vorbei.

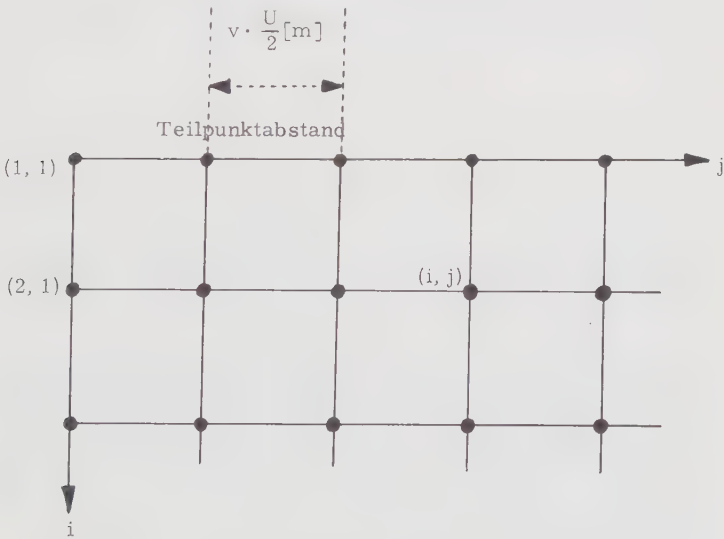
In diesem Bereich der Straße ist ein Überqueren unmöglich, weil nicht genügend oder gar keine Rotzeit für die Querrichtung zur Verfügung steht. Dafür gewinnt man den Vorteil des leichten Links-Abbiegens aus der Hauptrichtung. Der Bereich in der Mitte zwischen zwei Teilpunkten heißt "Unmöglichkeitsbereich".

Für weitere Einzelheiten wird auf die Literatur verwiesen: VON STEIN [16], KORTE [9].

Bei der Koordinierung eines Stadtnetzes werden Teilpunkte in diejenigen Kreuzungen gelegt, die starken Verkehr in Haupt- und Querrichtung zu bewältigen haben.

An einem vereinfachten Beispiel wird gezeigt, daß es möglich ist, ein Netz von GRÜNEN WELLEN herzustellen.

Es sei U und $g = \frac{1}{2}$ gegeben. Punkte in der folgenden Zeichnung seien Teilpunkte, die mit Kreuzungen zusammenfallen.



Der Index i zähle die West-Ost-Straßenzüge, der Index j zähle die Nord-Süd-Straßenzüge. Es sei $k = 1, 2, 3, \dots$ eine natürliche Zahl.

Es sei Kreuzung (1, 1) betrachtet. Dort sei in West $\longleftrightarrow$ Ost-Richtung Grünbeginn zu den Zeitpunkten $t = 0 + kU$ [sec]. Diese Basis-Zeitpunkte seien festgelegt.

Nun sei Kreuzung (i, j) betrachtet. Dort ist in West $\longleftrightarrow$ Ost-Richtung Grünbeginn zu den Zeitpunkten $t = \frac{U}{2}(i-1) + \frac{U}{2}(j-1) + kU$ [sec].

In Nord $\longleftrightarrow$ Süd-Richtung ist dort Grünbeginn zu den Zeitpunkten $t = \frac{U}{2}(j-1) + \frac{U}{2} + \frac{U}{2}(i-1) + kU$ [sec].

An jeder Kreuzung (i, j) ist zwischen West-Ost-Grünbeginn und Nord-Süd-Grünbeginn ein zeitlicher Unterschied von $\frac{U}{2}$ [sec]. Es kommt also zu keinen Widersprüchen. Offenbar ist hier von jeder Kreuzung (i, j) aus in allen vier Himmelsrichtungen eine GRÜNE WELLE vorhanden. Ein Netz sich kreuzender GRÜNER WELLEN ist also vom Prinzip her kein Problem.

Die Schwierigkeit beim Aufbau GRÜNER WELLEN liegt aber darin, daß verkehrsstarke Kreuzungen keineswegs immer Teilpunktabstand haben.

Die häufigsten Kreuzungsabstände in Stadtnetzen liegen bei 150 bis 300 [m].

Bei allgemein schwachem Verkehr genügen Umlaufzeiten von etwa $U = 40$ [sec]. Mit $v = 45 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = 12,5 \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right]$ beträgt dann ein Teilpunkt-
abstand $v \cdot \frac{U}{2} = 250$ [m]. Bei schwachem Verkehr läßt sich also ein Netz von GRÜNEN WELLEN gut verwirklichen.

Bei starkem Verkehr werden Umlaufzeiten von etwa $U = 80$ [sec] notwendig. Dann betragen die Teilpunktabstände 500 [m], und viele verkehrsstarke Kreuzungen liegen unvermeidbar im "Unmöglichkeitsbereich". Eine Koordinierung mit idealer Grünzeitverschiebung $x = 0$ ist jetzt nicht mehr möglich.

Einen Ausweg aus dieser Lage zeigt die folgende Überlegung.

(V § 2) DIE VERWENDUNG DER SIMULTAN-STEUERUNG

Es werden drei hintereinanderliegende Kreuzungen betrachtet, (Zeichnung (63 A).

Es sei v = Koordinierungsgeschwindigkeit. Die Kreuzungen mögen den Abstand $v \cdot \frac{U}{4}$ [m] voneinander haben. Die beiden "äußeren" Kreuzungen haben also Teilpunktabstand $v \cdot \frac{U}{2}$ [m]. Die mittlere Kreuzung liegt genau im "Unmöglichkeitbereich". Zeichnung (63 A), obere Hälfte. Die GRÜNE WELLE ist jetzt undurchführbar.

Ein Ausweg aus dieser Lage ist die SIMULTAN-Schaltung, bei der alle drei Kreuzungen in Nord $\longleftrightarrow$ Süd-Richtung zur gleichen Zeit das Grünsignal erhalten. Das entspricht einer positiven Grünzeitverschiebung von $x = \frac{U}{4}$ [sec] zwischen zwei benachbarten Kreuzungen. Eine Darstellung findet sich in Zeichnung (63 A), untere Hälfte.

Die SIMULTAN-Schaltung ist ein besonders einfaches Verfahren.

Die SIMULTAN-Schaltung ist nahezu immer durchführbar.

Für die Praxis brauchbar ist nun folgender

SATZ (V 1)

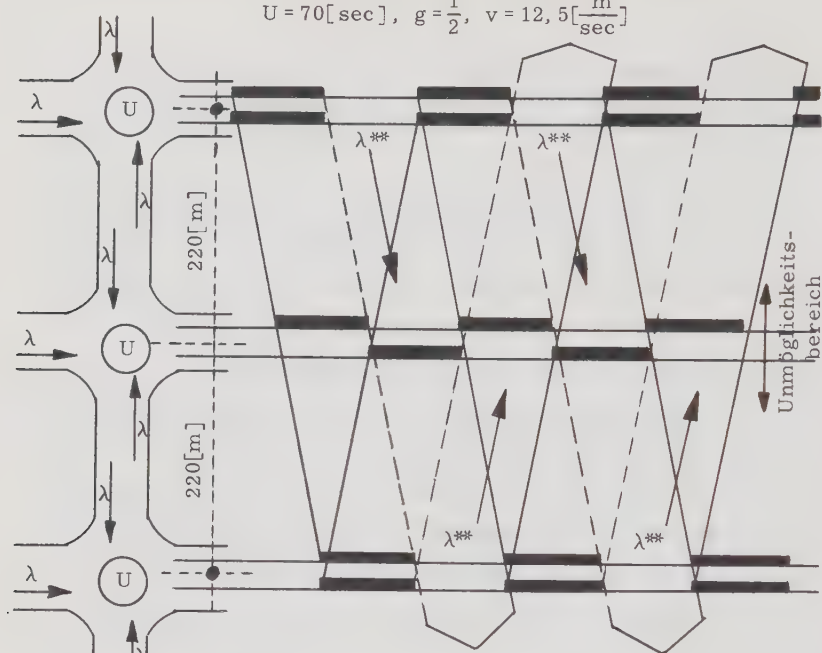
Es seien drei hintereinanderliegende Kreuzungen gegeben mit einem Abstand von je $(v \cdot \frac{U}{4})$ Metern. Die Verkehrsstärke in sämtlichen Zufahrten sei λ . Alle drei Kreuzungen haben Querverkehr der Stärke λ zu bewältigen. (Zeichnung (63 A)).

Dann gilt in diesem Falle:

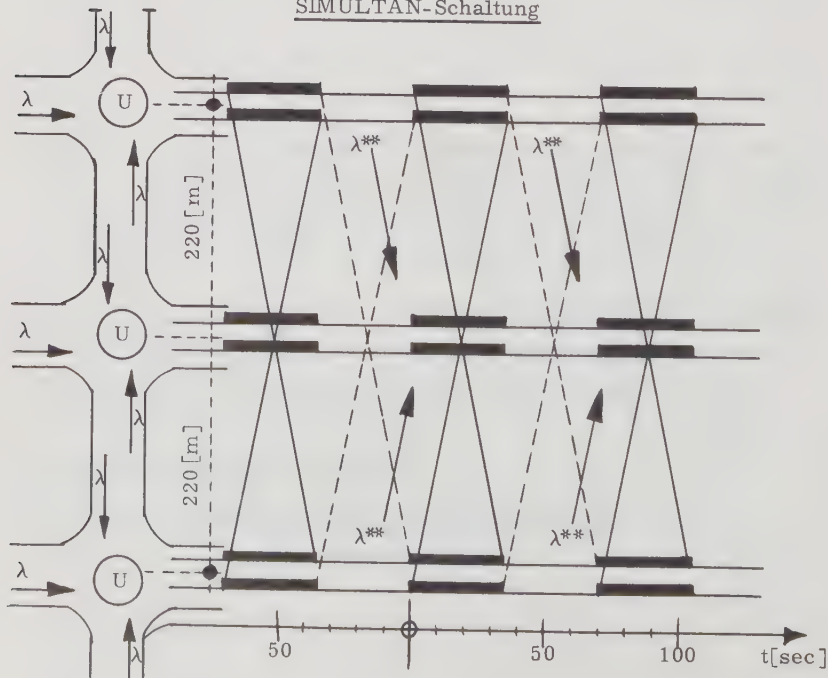
1. Die GRÜNE WELLE in idealer Form ist nicht durchführbar.
Die beste Abänderung der GRÜNEN WELLE ist die SIMULTAN-Schaltung.
2. Im Vergleich zum Idealbild der GRÜNEN WELLE verschlechtert die SIMULTAN-Schaltung die Wartezeiten, läßt aber die Zahl der Halte noch weitgehend unverändert.

ZEICHNUNG (63 A) GRÜNE WELLE (nicht durchführbar)

$$U = 70[\text{sec}], \quad g = \frac{1}{2}, \quad v = 12,5 \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right]$$



SIMULTAN-Schaltung



3. Ein Vergleich mit den Verfahren der Nicht-Koordinierung im Sinne der verkehrsabhängigen Signalprogramm-Bildung liefert die Aussage:

Die SIMULTAN-Schaltung verspricht die gleichen Wartezeiten wie die Nicht-Koordinierung.

Die SIMULTAN-Schaltung verspricht gegenüber der Nicht-Koordinierung eine deutlich geringere Zahl der Halte.

In formaler Schreibweise heißt das:

$$W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x = \frac{U}{4}) = W(\lambda, g, U)$$

$$P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x = \frac{U}{4}) < P(\lambda, g, U).$$

BEISPIEL: SIMULTAN-Schaltung, Zeichnung (64A).

$$v = 45 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = 12,5 \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right]$$

$$\lambda = \frac{1}{5} \hat{=} 720 \left[\frac{\text{Kfz}}{\text{h}} \right]; \quad g = \frac{1}{2}; \quad U = 70[\text{sec}]$$

$$\text{Kreuzungsabstand } v \cdot \frac{U}{4} [\text{m}] = 220[\text{m}].$$

$$W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x = \frac{U}{4}) = W(\lambda, g, U) = 21[\text{sec}]$$

$$P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x = \frac{U}{4}) = 60[\%]$$

$$P(\lambda, g, U) = 74[\%].$$

BEWEIS

Es wird formal $\lambda^* = \frac{\lambda}{2}$ vorausgesetzt. Diese Voraussetzung ist wirklichkeitsnah. Zum Beweis wird auf Zeichnung (64A) hingewiesen.

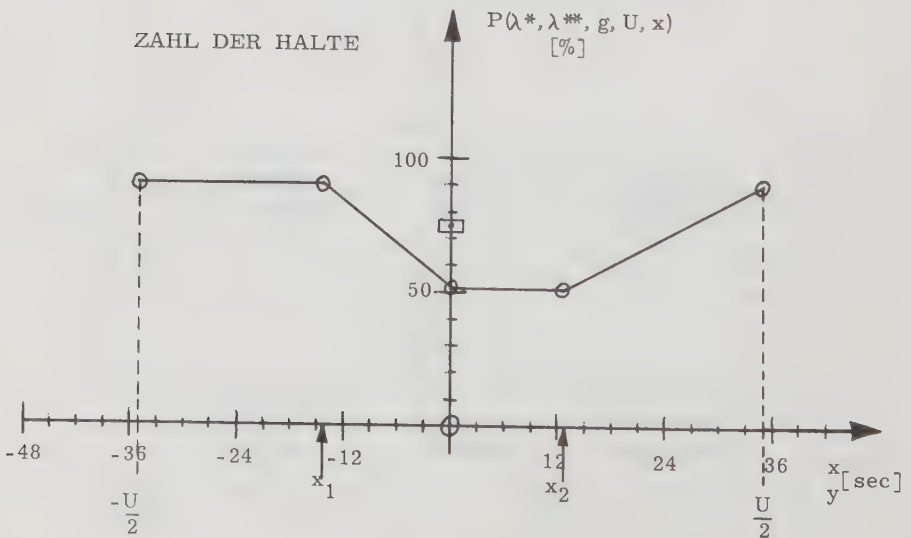
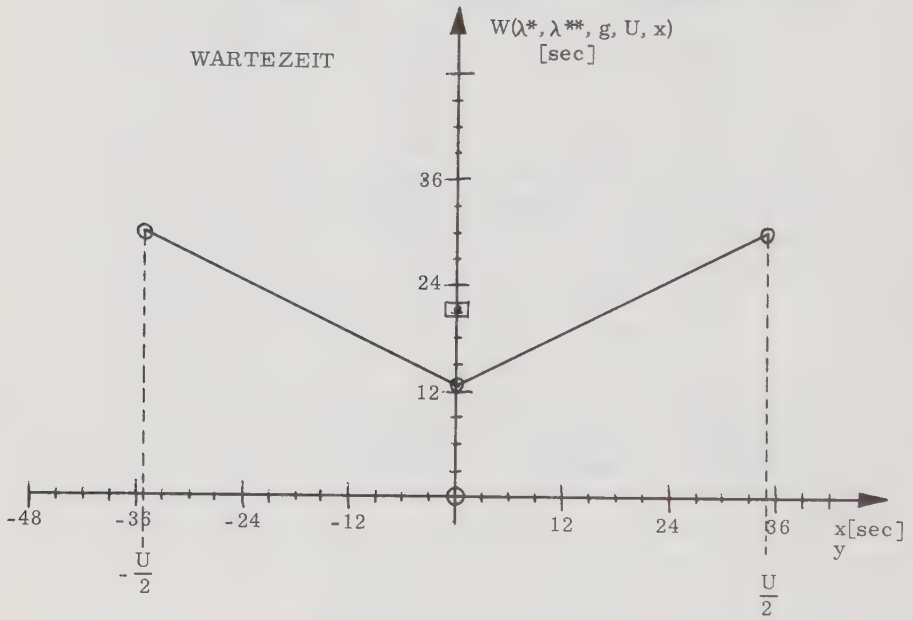
Man sieht zunächst, daß für alle drei Kreuzungen die bestmögliche Schaltung

$$(g, U) = (g_o = \frac{1}{2}, U_o = \frac{14}{1-4\lambda})$$

zu wählen ist.

ZEICHNUNG (64 A)

$U = 70[\text{sec}]$, $g = \frac{1}{2}$, $\lambda = \frac{1}{5} \hat{=} 720[\frac{\text{Kfz}}{\text{h}}]$, $\lambda^* = \frac{\lambda}{2}$; x, y = Grünzeitverschiebung



Teil (1.): Bei Durchführung der GRÜNEN WELLE würde ein Teilpunkt in der nördlichen, ein Teilpunkt in der südlichen Kreuzung liegen. Die beiden Signalperioden der mittleren Kreuzung wären um $\frac{U}{2}$ [sec] gegeneinander verschoben. Ein Überqueren der mittleren Kreuzung wäre unmöglich. Die GRÜNE WELLE in idealer Form ist nicht durchführbar.

Es wird nach der besten Abänderung der GRÜNEN WELLE gesucht. Alle drei Kreuzungen haben Querverkehr der Stärke λ zu bewältigen. Die Signalperioden an ein und derselben Kreuzung dürfen daher nicht gegeneinander verschoben sein.

Zuerst wird die Verbindung der nördlichen mit der mittleren Kreuzung betrachtet. Das Ergebnis läßt sich dann auf die beiden anderen übertragen.

Die Grünzeitverschiebung für den Nord-Süd-Verkehr sei x . Die Grünzeitverschiebung für die Gegenrichtung, den Süd-Nord-Verkehr, sei y .

Es gilt
$$-\frac{U}{2} \leq x \leq \frac{U}{2} \quad \text{und} \quad -\frac{U}{2} \leq y \leq \frac{U}{2}.$$

Mit $k = 1, 2, 3, \dots$ seien die natürlichen Zahlen bezeichnet.

Zu den Zeitpunkten $t \pm kU$ sei Grünbeginn an der Nord-Kreuzung. Man betrachte den Nord-Süd-Verkehr. Für diesen ist an der Mittel-Kreuzung Grünbeginn zu den Zeitpunkten $(t + \frac{U}{4} - x) \pm kU$.

Jetzt betrachte man den Süd-Nord-Verkehr. Für diesen ist Grünbeginn an der Mittel-Kreuzung zu den Zeitpunkten $(t + \frac{U}{4} - x) \pm kU$ und Grünbeginn an der Nord-Kreuzung zu den Zeitpunkten $[(t + \frac{U}{4} - x) + \frac{U}{4} - y] \pm kU$. Aber diese Zeitpunkte müssen mit $t \pm kU$ zusammenfallen. Das führt zu der Bedingung:

$$t \pm kU = [(t + \frac{U}{4} - x) + \frac{U}{4} - y] \pm kU.$$

Man nimmt den Bereich hinzu, in dem sich die Grünzeitverschiebung bewegen darf. Die Werte x, y müssen also drei Bedingungen genügen:

$$-\frac{U}{2} \leq x \leq \frac{U}{2}$$

$$-\frac{U}{2} \leq y \leq \frac{U}{2}$$

$$x+y = \frac{U}{2} + kU.$$

Aus diesen drei Bedingungen ist abzulesen:

Es kann nur $x+y = -\frac{U}{2}$ oder $x+y = +\frac{U}{2}$ gelten.

Wenn $x+y = -\frac{U}{2}$ ist, so muß $x \leq 0$ und $y \leq 0$ sein.

Wenn $x+y = +\frac{U}{2}$ ist, so muß $x \geq 0$ und $y \geq 0$ sein.

An Stelle der ursprünglichen drei Bedingungen erhält man die gleichwertige Forderung:

Die Werte x, y müssen

entweder die drei Bedingungen $x \leq 0$

$$y \leq 0$$

$$|x| + |y| = \frac{U}{2} \quad \text{erfüllen}$$

oder die drei Bedingungen $x \geq 0$

$$y \geq 0$$

$$|x| + |y| = \frac{U}{2} \quad \text{erfüllen.}$$

Welche Werte x, y sind unter den gegebenen Umständen die besten?

Natürlich diejenigen, welche die Wartezeit und die Zahl der Halte am kleinsten machen.

Nach dem Muster von Abschnitt (IV), mit der Voraussetzung $\lambda^* = \frac{\lambda}{2}$ und unter der Bedingung $|x| + |y| = \frac{U}{2}$ erhält man:

$$\frac{1}{2} [W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x) + W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, y)] = \left[\frac{U}{2} - \lambda U \right] - \frac{U}{8} + \frac{|x| + |y|}{4} = \left[\frac{U}{2} - \lambda U \right].$$

Die Wartezeit - gemittelt über beide Fahrtrichtungen - wird durch die Wahl von x und y nicht beeinflusst. Aus der Sicht der Wartezeit kann man also x und y beliebig wählen.

Als Beurteilungsmaßstab bleibt jetzt nur die Zahl der Halte.

Ein Blick auf Zeichnung (64 A) lehrt sofort, daß positive Grünzeitverschiebungen $x \geq 0$, $y \geq 0$ vermutlich günstiger sind.

Nach dem Muster von Abschnitt (IV) ist die mittlere Halte-Wahrscheinlichkeit

$$\frac{1}{2} [P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x) + P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, y)]$$

durch Wahl von x und y zu minimieren.

Man betrachte nun Zeichnung (64 A).

Unter den Bedingungen $x \leq 0$, $y \leq 0$, $|x| + |y| = \frac{U}{2}$ erhält man den kleinsten Wert der mittleren Halte-Wahrscheinlichkeit offenbar durch $x = 0$, $y = -\frac{U}{2}$.

Unter den Bedingungen $x \geq 0$, $y \geq 0$, $|x| + |y| = \frac{U}{2}$ erhält man den kleinsten Wert der mittleren Halte-Wahrscheinlichkeit offenbar durch $x = x_2$ und $y = \frac{U}{2} - x_2$. Man stellt leicht fest, daß $x_2 < \frac{U}{4}$ ist.

Als Funktion von x aufgefaßt, ist $P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x)$ linear im Intervall $[x_2, \frac{U}{2} - x_2]$. Für die Intervallmitte gilt

$$\frac{1}{2} [x_2 + (\frac{U}{2} - x_2)] = \frac{U}{4}.$$

Diese Aussagen sind leicht zu erkennen. Mit ihrer Hilfe folgt die Ungleichungskette:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} [P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x = \frac{U}{4}) + P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, y = \frac{U}{4})] = \\ & = \frac{1}{2} [P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x = x_2) + P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, y = \frac{U}{2} - x_2)] < \dots \\ & \dots < \frac{1}{2} [P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x = 0) + P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, y = -\frac{U}{2})]. \end{aligned}$$

Unter den gegebenen Umständen verspricht also die Wahl $x = \frac{U}{4}$, $y = \frac{U}{4}$ die geringste Zahl der Halte.

Die Wahl $x = \frac{U}{4}$, $y = \frac{U}{4}$ ist gleichbedeutend mit SIMULTAN-Schaltung. Dieses Ergebnis gilt ebenso für die Verbindung der Mittel-Kreuzung mit der Süd-Kreuzung. Damit ist Teil (1.) von Satz (V 1) bewiesen.

Teil (2.): bedarf keines ausführlichen Beweises. Die Behauptung kann unmittelbar aus Zeichnung (64 A) abgelesen werden.

Teil (3.): Die verkehrsabhängige Signalprogramm-Bildung strebt gemäß dem "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT" an allen drei Kreuzungen ebenfalls die Schaltung $(g, U) = (g_o = \frac{1}{2}, U_o = \frac{14}{1-4\lambda})$ an. Das Verfahren beantwortet Schwankungen der Verkehrsstärke λ durch häufige Änderung der Umlaufzeiten - oft nur um wenige Sekunden. Gerade das führt zu wechselnden Grünzeitverschiebungen x . So sind die Formeln aus Abschnitt (II) zum Vergleich heranzuziehen.

Die Aussage über die Wartezeiten folgt sofort aus der Gleichung $W(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x = \frac{U}{4}) = [\frac{U}{2} - \lambda U] = W(\lambda, g, U)$.

Die Aussage über die Zahl der Halte folgt aus der einfach zu beweisenden Ungleichungskette:

$$P(\lambda^*, \lambda^{**}, g, U, x = \frac{U}{4}) = \frac{2U+3}{U(4-3\lambda)} < \frac{U+3}{U(2-3\lambda)} = P(\lambda, g, U).$$

Damit ist Satz (V 1) bewiesen.

(V § 3) BEURTEILUNG AUS DER SICHT DER PRAXIS UND END-ERGEBNIS

Die theoretischen Überlegungen zeigen deutlich, daß das "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" bessere Ergebnisse verspricht als das "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT an jeder Einzel-Kreuzung".

Beide Prinzipien sind in der Praxis nur unvollkommen zu verwirklichen. Dazu liegt es im Wesen eines Prinzips, daß es immer Fälle gibt, in denen es nicht anzuwenden ist.

Trotzdem weist ein Prinzip den Weg, wie im allgemeinen zu entscheiden ist.

Bei der Beurteilung der theoretischen Ergebnisse aus der Sicht der Praxis sind zwei grundsätzliche Probleme zu berücksichtigen:

1. PROBLEM

Feste Umlaufzeiten passen sich wachsenden Verkehrsstärken nicht an. So entsteht die Gefahr, daß Kapazitäts-Bedingungen verletzt werden. Dann bilden sich Stauungen.

2. PROBLEM

Die geometrisch gegebenen Kreuzungsabstände verhindern oft eine ideale Koordinierung mit der Grünzeitverschiebung $x=0$.

Diesen Schwierigkeiten wird auf vielerlei Weise begegnet.

Zum 1. PROBLEM

Zur Vermeidung von Stauungen werden bei Schaltung nach dem "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT an jeder Einzel-Kreuzung" Detektoren eingesetzt. Mit ihnen werden die Verkehrsstärken in kurzen Zeitabständen (Minuten) gemessen. Mit Elektronenrechnern wird sofort die kürzeste Umlaufzeit ermittelt und geschaltet, die den Verkehr noch bewältigt. Dabei wird versucht, an jeder Kreuzung unmittelbar nach Ende des "gesättigten Abflusses" (Abschnitt (II)) die Grünphase abubrechen (zum Beispiel Verfahren von MILLER [11], außerdem Steuerprogramm AACHEN [14]).

Die verkehrsabhängigen Verfahren nach dem "PRINZIP DER KLEINSTEN UMLAUFZEIT an jeder Einzel-Kreuzung" sind technisch und finanziell aufwendig. Sie sollten nur dann in großem Umfang eingesetzt werden, wenn sie einen klar erkennbaren Vorteil versprechen. Das ist aber nicht der Fall, wie die Theorie zeigt (Abschnitt (II), (IV)).

Zur Vermeidung von Stauungen werden bei Schaltung nach dem "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" die Verkehrsstärken höher veranschlagt als sie tatsächlich sind. Das führt zu "langen" Umlaufzeiten. Die Theorie (Abschnitt (IV)) zeigt, daß bei Schaltung nach dem "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" der Nachteil "zu langer" Umlaufzeiten durch Koordinierung wieder aufgewogen wird. Im Beispiel aus Abschnitt (IV) wurde die Schaltung (g, U) nach der außergewöhnlich hohen Verkehrsstärke

$$\mu = \frac{17}{72} \hat{=} 850 \left[\frac{\text{Kfz}}{\text{h}} \right] \quad \text{bemessen.}$$

Trotz der "viel zu langen" Umlaufzeit (U) konnte durch Schaltung nach dem "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" noch ein klarer Vorteil erzielt werden.

Es ist eine wichtige Tatsache, daß im wesentlichen die Verkehrsströme an den Kreuzungen jeden Tag zur gleichen Stunde auch die gleiche Stärke aufweisen ("Tagesganglinien").

Diese Erkenntnis führt zu den vielfach angewandten Verfahren der zeitabhängigen Signalprogramm-Wahl. Dabei wird für verschiedene Tageszeiten je ein Signal-Stadtfahrplan erstellt und jeden Tag zu den betreffenden Tageszeiten eingesetzt. Für Tageszeiten mit schwachem Verkehr wird ein Signal-Stadtfahrplan mit kurzer gemeinsamer Umlaufzeit geschaltet.

Die Verfahren der Signalprogramm-Wahl nutzen offenbar die Vorteile beider Prinzipien aus.

Diese Gedanken zum 1. PROBLEM werden zusammengefaßt:

"Verkehrsabhängige" Regelungen versprechen insgesamt nicht den großen Vorteil, den man von ihnen erwartet.

Das überlegene "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" führt zum Einsatz von Signal-Stadtfahrplänen. Zur Vermeidung von Stauungen sind die Verkehrsstärken und Umlaufzeiten "groß genug" zu bemessen. Koordinierung gleicht diesen Nachteil wieder aus.

Die Verfahren der Signalprogramm-Wahl sind ein guter Weg, die Vorteile beider Prinzipien auszunutzen.

Zum 2. PROBLEM

Entscheidend für die Verfahren der Signalprogramm-Wahl ist die Güte der Signal-Stadtfahrpläne. Sie sind nach dem "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" zu erstellen, das am besten verwirklicht wird durch die "Einbahnprogression in Zweibahnstraßen" (VON STEIN [15]).

Dabei können straßenbauliche Veränderungen, Überquerungs- und Abbiege-Verbote wirkungsvoll unterstützen.

Bei Abweichung vom Idealbild der GRÜNEN WELLE sind in Zweifelsfällen positive Grünzeitverschiebungen vorteilhaft (Satz (V 1)).

Werden größere "Verzerrungen" der GRÜNEN WELLE notwendig, sollte die SIMULTAN-Schaltung als das "zweit-beste" Verfahren eingesetzt werden (Satz (V 1)). Die SIMULTAN-Schaltung ist immer durchführbar und kann in ein Netz von GRÜNEN WELLEN eingebaut werden.

VON STEIN [15] weist darauf hin, daß nach Erfahrung die SIMULTAN-Schaltung in Verbindung mit GRÜNEN WELLEN zu beträchtlichen Vorteilen führen kann.

Die SIMULTAN-Schaltung hat in den USA zu Erfolgen geführt (KORTE [9], Seite 452). Die SIMULTAN-Schaltung ist nur bei langen Umlaufzeiten zweckmäßig, (Abschnitt (V)). Obwohl sie nur das "zweit-beste" Verfahren ist, hat sie viele Vorteile:

SIMULTAN-Schaltung bewirkt beim Fahrer einen Anreiz zum Beschleunigen; denn er sieht auf der Länge des Straßenzugs nur Grünsignale. Und wenn er sich einem Grünsignal nähert, dann sind dort wartende Fahrzeuge schon "abgeflossen". Die Verkehrslage erlaubt also ein Beschleunigen. Bei SIMULTAN-Schaltung entspricht Be-

beschleunigung einer Veränderung der Grünzeitverschiebung x in Richtung auf $x = 0$ zu. Jeder Fahrer kann also durch Beschleunigungen seine Wartezeit und seine Halte-Wahrscheinlichkeit verbessern. Die starre SIMULTAN-Schaltung enthält also ein Element der "Verkehrsabhängigkeit", wobei sich umgekehrt der Fahrer an die Signalschaltung anpaßt.

Es ist denkbar, die Erstellung von Signal-Stadtfahrplänen Elektronenrechnern zu übertragen. Dafür können die Funktionen aus Abschnitt (III) eine Grundlage bilden. Solche Rechner-Programme ersetzen nicht die Erfahrung des Verkehrs-Ingenieurs, der in einer speziellen Stadt Zusammenhänge erkennt. So ist es fraglich, ob die Erstellung der Signal-Stadtfahrpläne durch Elektronenrechner den Aufwand rechtfertigt.

Bei Berücksichtigung von Theorie und Praxis liegt es nahe, folgendes END-ERGEBNIS auszusprechen:

Die Signal-Steuerung des Kraftfahrzeug-Verkehrs in Stadtnetzen sollte auf dem überlegenen "PRINZIP DER GRÜNEN WELLE" aufbauen.

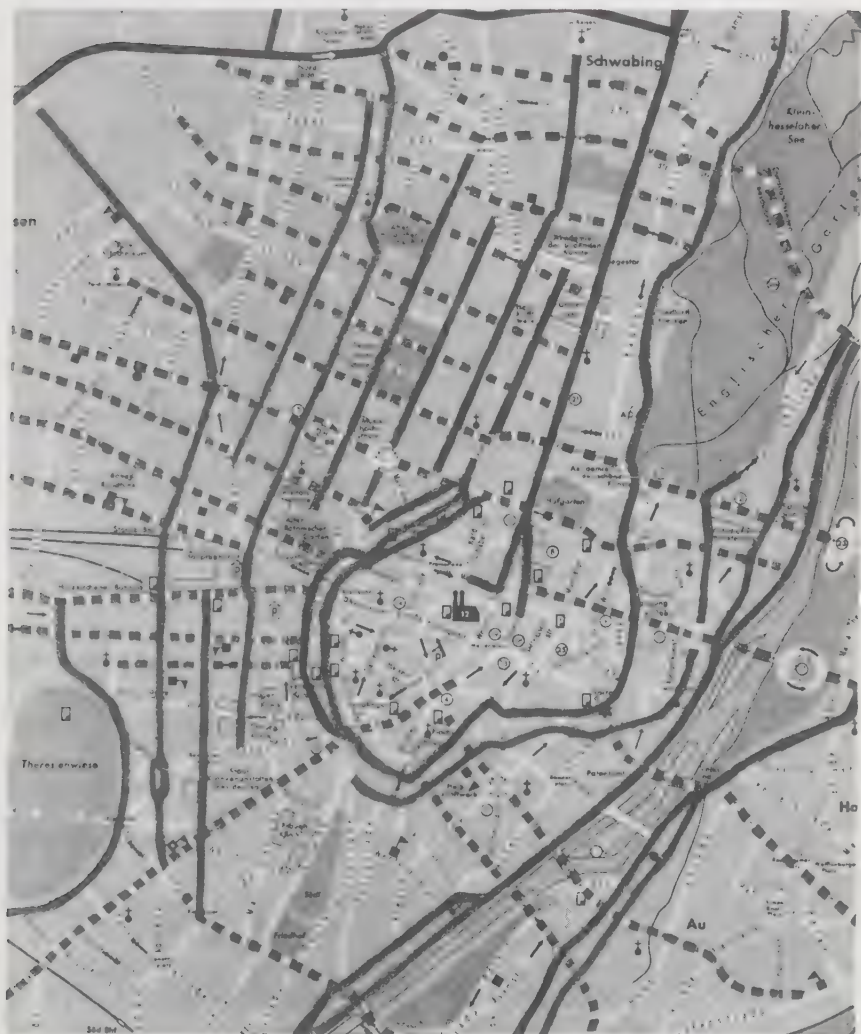
Signal-Stadtfahrpläne sollten erstellt werden unter Verwendung der "EINBAHNPROGRESSION IN ZWEIBAHNSTRASSEN" und der SIMULTAN-Schaltung.

Signal-Stadtfahrpläne sollten eingesetzt werden nach den Verfahren der zeitabhängigen Signalprogramm-Wahl.

Verkehrsabhängige Regelungen sind in Einzelfällen hinzuzufügen.

Stadtnetz von MÜNCHEN (Ausschnitt)

Grob-Planung für mögliche "EINBAHNPROGRESSIONEN"
IN ZWEIBAHNSTRASSEN" und "SIMULTAN-Schaltungen".



(Vervielfältigung dieser Karte erfolgt mit freundlicher Genehmigung
der ARAL A. G.)

LITERATUR-VERZEICHNIS

1. ASHTON - "The theory of road traffic flow", Methuen, London 1966
2. BAVAREZ-NEWELL - "Traffic signal synchronization on a one-way street" Transportation Science (1) 1967 (ORSA)
3. BECKMANN-MACGUIRE-WINSTEN - "Studies in the economics of transportation", Yale-University-Press, New York 1956
4. BOESEFELDT-EVERTS-PHILIPPS - "Untersuchungen zur verkehrsabhängigen Signalsteuerung" (Teil B), Forschungsauftrag des Bundesverkehrsministeriums 1971
5. DARROCH - "On the traffic light queue", Annals of Math. Stat. 35 (1964)
6. HAIGHT - "Mathematical theories of traffic flow", Academic Press, New York-London 1963
7. HANSSMANN - "Operations research techniques for capital investment", Wiley, New York 1968
8. KNOFLACHER - "Durchführung und Ergebnisse des Verkehrsrechner-Versuchs Wien", Forschungsgesellschaft für das Straßenwesen e. V. Köln 1970
9. KORTE - "Grundlagen der Straßenverkehrsplanung in Stadt und Land", Wiesbaden-Berlin 1960
10. MENGES - "Beiträge zur Unternehmensforschung", Physica-Verlag, Würzburg-Wien 1969
11. MILLER - "A computer control system for traffic networks", 2nd International Symposion on the Theory of Road Traffic Flow, London 1963
12. NEWELL - "The flow of highway traffic through a sequence of synchronized traffic signals", Operations Research 8 (1960)
13. NEWELL - "Synchronization of traffic lights for high flow", Quart. of Applied Math. 21 (1964)
14. STEIERWALD-BOESEFELDT-EVERTS-KEUDEL-SCHÖNHARTING, "Untersuchungen zur verkehrsabhängigen Signalsteuerung" (Teil A), Forschungsauftrag des Bundesverkehrsministeriums 1970
15. VON STEIN - "Dynamische Verkehrsregelung", Wiss. Verein für Verkehrswesen e. V. Essen, Heft 74 (1962)
16. VON STEIN - "Kolloquium über verkehrsabhängige Signalanlagen am 30. Mai 1967 in Düsseldorf", Straßen-Verkehrs-Technik 7/8 (1967)

LITERATUR-VERZEICHNIS (Fortsetzung)

17. VON STEIN - "Der Beitrag der Elektronik zur Lenkung und Steigerung der Sicherheit im Straßenverkehr", Arbeitsgemeinschaft für Rationalisierung des Landes Nordrhein-Westfalen, Heft 124 (1971).

Lebenslauf

Ich wurde am 4. November 1942 in Berlin geboren als Sohn des Oberregierungsrats Dr. jur. Heinrich Schmidt-Schmiedebach und seiner Ehefrau Erika, geb. Scholand.

Meine Schulzeit von 1949 bis 1962 verbrachte ich in Düsseldorf. 1960 besuchte ich drei Monate die West-Bromwich-Grammar School bei Birmingham (England). 1962 beendete ich meine Schulzeit mit dem Abitur am Humanistischen Humboldt-Gymnasium in Düsseldorf.

Der Schulzeit folgten zwei Jahre Wehrdienst und später Wehrübungen. Ich wurde 1964 zum Leutnant und 1972 zum Oberleutnant d. R. ernannt.

Von 1964 bis 1971 studierte ich an der Universität Freiburg/Br. Mathematik und Physik mit dem Spezialgebiet Wahrscheinlichkeitstheorie/Statistik und dem Wahlfach Wirtschaftswissenschaften und schloß das Studium 1971 mit der Diplom-Mathematiker-Hauptprüfung ab.

Ich war fünf Semester Hilfsassistent am Mathematischen Institut der Universität Freiburg/Br. Ich habe als Werkstudent in der Industrie acht Monate als Programmierer von EDV-Anlagen gearbeitet.

Seit 1971 studiere ich Wirtschaftswissenschaften an der Universität München.

